



**Hélder Filipe Amândio Parreira**

# **APLICAÇÃO DE SOLUÇÕES ANALÍTICAS NO ESTUDO DE CORRENTES SECUNDÁRIAS EM CANALIS COM SECÇÃO COMPOSTA**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Civil – Perfil de Construção

Orientador: Doutor João Gouveia Bento Leal, Professor  
Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia, da  
Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Daniel Aelenei

Arguente: Prof. Doutor Mário Jorge Pereira da Franca

Vogal: Prof. Doutor João Gouveia Bento Leal



**Monte da Caparica, Dezembro 2011**



## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de agradecer a todas as pessoas e entidades que tornaram esta dissertação possível, á instituição LNEC.

Ao professor João Leal agradeço todo o apoio e disponibilidade, empenho e principalmente amizade prestada durante do desenvolvimento desta dissertação. Ao qual também agradeço oportunidade de realizar um projecto no seio da comunidade científica.

Aos meus pais por todo o apoio por todo o apoio que me deram ao longo da minha vida, bem como a oportunidade de a realização de todo o meu percurso académico.

À minha colega Tânia Santos agradeço toda a amizade, companhia e apoio, a sua presença foi uma constante nos altos e baixos desta jornada, e por isso te estarei sempre grato.

Ao meu colega Hugo Leal agradeço toda a companhia, amizade e apoio ao longo de todo o percurso académico que foi um bom mestre.

À minha amiga Diana Penha agradeço a sua amizade e o apoio oferecido ao longo do desenvolvimento deste projecto.

À minha amiga Susana Nobre agradeço pela amizade e ajuda com as suas capacidades de pesquisa que enriqueceram este trabalho.

Ao meu amigo Lauro Lopes agradeço pela amizade e companhia que foi um local de abrigo nos momentos mais duros.

Ao meu amigo Guilherme Simões agradeço pela amizade e apoio que permitiu sempre recarregar as energias, no desenvolvimento deste projecto.

Agradeço também a todos os meus amigos e família que com o seu apoio e optimismo tornaram este trabalho possível, pelo que este trabalho é também uma conquista deles.



## RESUMO

A presente dissertação apresenta uma contribuição para o estudo de escoamentos fluviais, em particular a previsão de alturas de água e distribuição lateral de velocidades em escoamentos em secções compostas. O principal desafio dá-se numa situação de cheia, que ocorre quando o leito principal é insuficiente para o caudal e transborda, passando assim a ocupar os seus leitos de cheia. Nesta situação o escoamento ocorre em secção composta o que leva ao aparecimento de estruturas de escoamento secundário.

Para ser capaz de entender melhor o fluxo do rio é necessário continuar a desenvolver modelos analíticos, para que se tornem mais precisos e permitam prever o impacto no escoamento devido a alterações no canal. Nesta dissertação vamos abordar situações de canais de secção composta com rugosidade homogénea e com rugosidade heterogénea.

Nesta dissertação adoptou-se o Método de Shiono e Knight (SKM), que é aplicado a canais com rugosidade homogénea e heterogénea. O SKM é conhecido como uma ferramenta capaz de modelar com precisão canais de secção composta. Demonstra-se também que o SKM é capaz de prever, com precisão, distribuições transversais de velocidade média em profundidade. Este modelo contabiliza o atrito do leito, tensões laterais e o escoamento secundário através dos três parâmetros de calibração, nomeadamente  $\lambda, f, \Gamma$ , que por sua vez representam viscosidade turbulenta, resistência do leito e as correntes secundárias respectivamente.

Realizou-se um estudo sobre a influência dos parâmetros de calibração do SKM e sobre a divisão lateral do canal que neste caso serve de guia para a calibração e aplicação do modelo. Para a validação do modelo e da calibração efectuada foram utilizados resultados experimentais.

**Palavras-chave:** canais de secção composta; distribuição de velocidades; turbulência; correntes secundárias; modelo SKM



## ABSTRACT

This dissertation makes a contribution to the study of river flow, in particular the prevision of water heights and velocity distribution in compound sections. The main challenge takes place in a situation of flood, which occurs when the main channel is too small for the flow, and overflows, and thus the flow occupies the lateral flood plains. Then the flow takes place in a compound section, which leads to the appearance of secondary flow structures.

To be able to better understand the river flow is necessary to further develop analytical models, in order to these models become more accurate and allow to predict the impact on flow due to changes in the channel. In this dissertation situations of compound channel with homogeneous roughness and with heterogeneous roughness are addressed.

In this dissertation the Shiono and Knight Method (SKM), was adopted. The model is applied to channels with homogeneous and heterogeneous roughness. The SKM is known as a tool to accurately model compound channels. It is demonstrated that the SKM is also able to predict with precision, cross-sectional depth-averaged velocity distributions. This model accounts for the bottom friction, lateral stresses and secondary flow through three calibration parameters, namely  $\lambda, f, \Gamma$ , which in turn represent eddy viscosity, bottom resistance and secondary currents respectively.

A study on the influence of the SKM calibration parameters and the channel lateral division was performed. This case serves as a guide for the calibration and application of the model. To validate the model and the calibration experimental data were used.

**Keywords:** Compound channels; Velocity distribution; turbulence; secondary flow; SKM model





## ÍNDICE

1.	Introdução .....	1
1.1.	Considerações gerais .....	1
1.2.	Objectivos .....	3
1.3.	Organização da dissertação .....	3
2.	Revisão bibliográfica .....	5
2.1.	Estrutura turbulenta de escoamentos em canais com secção transversal composta.....	5
2.2.	Modelos unidimensionais em escoamentos fluviais .....	8
2.2.1.	Generalidades .....	8
2.2.2.	Métodos de canal dividido (DCM) .....	10
2.2.3.	Métodos de divisão lateral (LDM).....	14
2.3.	Modelo analítico de Shiono e Knight (SKM).....	15
2.3.1.	Descrição genérica .....	15
2.3.2.	Aplicação do SKM a uma secção composta .....	18
2.3.3.	Solução analítica do método Shiono e Knight.....	20
2.3.4.	Coeficientes calibração método Shiono e Knight .....	22
2.4.	Principais desenvolvimentos na aplicação do SKM .....	24
3.	Descrição dos ensaios simulados e da aplicação do SKM.....	27
3.1.	Generalidades.....	27
3.2.	Aplicação do modelo SKM com divisão em quatro regiões .....	30
4.	Análise de sensibilidade aos parâmetros do SKM.....	33

4.1. Generalidades.....	33
4.2. Viscosidade turbulenta adimensional, $\lambda$ .....	34
4.3. Factor de resistência Darcy-Weisbach, $f$ .....	37
4.4. Termo das correntes secundárias, $\Gamma$ .....	39
5. Estudo da divisão do canal para aplicação SKM.....	45
6. Simulação analítica de escoamentos em canais com secção composta.....	51
6.1. Generalidades.....	51
6.2. Leito de cheia com fundo liso.....	51
6.2.1. Generalidades.....	51
6.2.2. Altura relativa, $hr=0,1$ .....	52
6.2.3. Altura relativa, $hr=0,15$ .....	53
6.2.4. Altura relativa, $hr=0,2$ .....	54
6.2.5. Altura relativa, $hr=0,25$ .....	55
6.2.6. Altura relativa, $hr=0,3$ .....	57
6.2.7. Altura relativa, $hr=0,38$ .....	58
6.2.8. Análise dos parâmetros de calibração.....	59
6.3. Leito de cheia com fundo rugoso.....	63
6.3.1. Altura relativa, $hr=0,15$ .....	64
6.3.2. Altura relativa, $hr=0,3$ .....	65
6.3.3. Análise das curvas de vazão.....	66
7. Conclusões.....	69

8. Bibliografia.....	71
Anexos.....	75



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Cheias do Rio Douro 2005.....	1
Figura 2 – Exemplo de secção transversal composta .....	2
Figura 3 – Estrutura turbulenta num escoamento com secção composta (Adaptado de Shiono e Knight 1991) .....	6
Figura 4 – Representação de um vórtice turbulento (adaptada de Prooijen <i>et al.</i> , 2005) .....	7
Figura 5 – Distribuição de células de escoamento secundário para canal prismático (Tominaga <i>et al.</i> , 1989).....	7
Figura 6– Escoamento num canal natural (adaptado de Knight <i>et al.</i> ,1989).....	9
Figura 7 - Factores de ajustamento de vazão, para testes na FCF, serie 2 (adaptada de Ackers, 1993a).....	14
Figura 8 – Divisão lateral da Secção transversal do CVC para aplicação SKM.....	19
Figura 9 – Divisão da secção transversal do CVC em 3 painéis considerando simetria.....	20
Figura 10 – Secção transversal LNEC-CVC .....	27
Figura 11 – Esquematização das secções do canal (adaptado de Massa, 2011).....	27
Figura 12 – Divisão lateral do Canal LNEC-CVC em quatro painéis considerando simetria .....	31
Figura 13 - Aplicação do SKM para $hr=0,3$ com fundo liso ( $\lambda_2 = 0,16$ ; $\lambda_3 = 0,27$ ; $\Gamma_1 = 0,15\rho HgS_0$ ; $\Gamma_2 = 0$ ; $\Gamma_3 = -0,25\rho HgS_0$ ) .....	35
Figura 14 - Aplicação do SKM, $hr=0,3$ , fundo liso ( $\lambda_1 = 0,13$ ; $\lambda_3 = 0,27$ ; $\Gamma_1 = 0,15\rho HgS_0$ ; $\Gamma_2 = 0$ ; $\Gamma_3 = -0,25\rho HgS_0$ ) .....	35
Figura 15 - Aplicação do SKM, $hr=0,3$ , fundo liso ( $\lambda_1 = 0,13$ ; $\lambda_2 = 0,16$ ; $\Gamma_1 = 0,15\rho HgS_0$ ; $\Gamma_2 = 0$ ; $\Gamma_3 = -0,25\rho HgS_0$ ) .....	36

**CORRENTES SECUNDÁRIAS EM CANAIS COM SECÇÃO COMPOSTA**

Figura 16 – Progressão do factor de resistência Darcy-Weisbach, $hr=0,3$ , fundo liso .....	38
Figura 17 - Aplicação do SKM, $hr=0,3$ , fundo liso ( $\lambda_1 = 0,13$ ; $\lambda_2 = 0,16$ ; $\lambda_3 = 0,27$ ; $\Gamma_1 = 0,15\rho HgS_0$ ; $\Gamma_2 = 0$ ; $\Gamma_3 = -0,25\rho HgS_0$ ) .....	39
Figura 18 - Aplicação do SKM, $hr=0,3$ com fundo liso ( $\lambda_1 = 0,13$ ; $\lambda_2 = 0,16$ ; $\lambda_3 = 0,27$ ; $\Gamma_2 = 0$ ; $\Gamma_3 = -0,25\rho HgS_0$ ).....	41
Figura 19 - Aplicação do SKM, $hr=0,3$ com fundo liso ( $\lambda_1 = 0,13$ ; $\lambda_2 = 0,16$ ; $\lambda_3 = 0,27$ ; $\Gamma_1 = 0,15\rho HgS_0$ ; $\Gamma_3 = -0,25\rho HgS_0$ ).....	41
Figura 20 - Aplicação do SKM, $hr=0,3$ com fundo liso ( $\lambda_1 = 0,13$ ; $\lambda_2 = 0,16$ ; $\lambda_3 = 0,27$ ; $\Gamma_1 = 0,15\rho HgS_0$ ; $\Gamma_2 = 0$ ).....	43
Figura 21 – Distribuições de velocidades médias, comparação entre modelos .....	46
Figura 22 – Distribuições de velocidades médias, comparação entre modelos, 2ª abordagem .....	47
Figura 23 – Distribuições de velocidades médias, comparação entre modelos, 3ª abordagem .....	48
Figura 24 - Distribuições de velocidades médias, comparação entre modelos, 4ª abordagem .....	49
Figura 25 – Aplicação SKM para $hr=0,1$ , LNEC-CVC , LC com fundo liso.....	53
Figura 26 – Aplicação SKM para $hr=0,15$ , fundo liso.....	54
Figura 27 - Aplicação SKM para $hr=0,20$ , fundo liso.....	55
Figura 28 - Aplicação SKM para $hr=0,25$ , fundo liso.....	56
Figura 29 - Aplicação SKM para $hr=0,3$ , fundo liso.....	57
Figura 30 - Aplicação SKM para $hr=0,38$ , fundo liso.....	58
Figura 31 – Relação de $\Gamma$ com alturas relativas para painel 1, fundo liso .....	60
Figura 32 - Relação de $\Gamma$ com alturas relativas para painel 2, fundo liso .....	61
Figura 33 - Relação de $\lambda$ com alturas relativas para painel 3, fundo liso.....	61
Figura 34 - Relação de $\Gamma$ com alturas relativas para painel 3, fundo liso .....	62

Figura 35 - Relação de $\Gamma$ com alturas relativas para painel 4, fundo liso .....	63
Figura 36 - Aplicação SKM para $hr=0,15$ , LC com fundo rugoso .....	65
Figura 37 - Aplicação SKM para $hr=0,3$ , LC com fundo rugoso .....	66





## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Dados escoamentos em regime uniforme, fundos lisos .....	28
Tabela 2 – Dados escoamentos em regime uniforme, LP fundo liso , LC fundo rugoso.....	28
Tabela 3 – Considerações gerais canal CVC .....	28
Tabela 4 – Factores de resistência Darcy-Weisbach, $hr=0,3$ , fundo liso.....	33
Tabela 5 - Parâmetros utilizados para estudo da divisão de canais.....	45
Tabela 6 - Parâmetros utilizados para estudo da divisão de canais, 2ª abordagem.....	46
Tabela 7 - Parâmetros utilizados para estudo da divisão de canais, 3ª abordagem.....	48
Tabela 8 - Parâmetros utilizados para estudo da divisão de canais, 4ª abordagem.....	49
Tabela 9- Parâmetros calibração, $hr=0,1$ , fundo liso .....	53
Tabela 10 – Parâmetros de calibração, $hr=0,15$ , fundo liso .....	54
Tabela 11 – Parâmetros de calibração, $hr=0,2$ , fundo liso .....	55
Tabela 12 - Parâmetros de calibração, $hr=0,25$ , fundo liso .....	56
Tabela 13 - Parâmetros de calibração, $hr=0,3$ , fundo liso .....	58
Tabela 14 - Parâmetros de calibração, $hr=0,38$ , fundo liso .....	59
Tabela 15 – Caudais escoados através da secção, fundo liso .....	63
Tabela 16 - Parâmetros de calibração, $hr=0,15$ , LC com fundo rugoso .....	64
Tabela 17 - Parâmetros de calibração, $hr=0,3$ , LC com fundo rugoso .....	66
Tabela 18 - Caudais escoados através da secção, fundo rugoso .....	67
Tabela 19 - Velocidades médias experimentais (Pinto,2010), analíticas SKM, $hr=0,10$ , fundo liso.....	75
Tabela 20 - Velocidades médias experimentais (Massa,2011), analíticas SKM, $hr=0,15$ , fundo liso ..	76

**CORRENTES SECUNDÁRIAS EM CANAIS COM SECÇÃO COMPOSTA**

---

Tabela 21 - Velocidades médias experimentais (Pinto, 2010) e analíticas SKM, $hr=0,2$ , fundo liso....	77
Tabela 22 - Velocidades médias experimentais analíticas SKM, $hr=0,25$ , fundo liso .....	78
Tabela 23 - Velocidades médias experimentais (Teixeira, 2011) e analíticas SKM, $hr=0,3$ , fundo liso	79
Tabela 24 - Velocidades médias experimentais e analíticas SKM, $hr=0,38$ , fundo liso .....	80
Tabela 25 - Velocidades médias experimentais (Massa, 2011) e analíticas SKM, $hr=0,15$ , LC com fundo rugoso.....	81
Tabela 26 - Velocidades médias experimentais (Massa, 2011) e analíticas SKM, $hr=0,3$ , LC com fundo rugoso.....	82

## SIMBOLOGIA

Símbolo	Significado
$A$	Área secção transversal de escoamento
$A_v$	Área projectada de vegetação no sentido de escoamento por unidade de volume de fluido.
$B$	Dimensão lateral total do canal
$B'$	Metade da dimensão total do canal
$b$	Metade do comprimento do leito principal
$C_D$	Coefficiente de Arrastamento
$F_v$	Força de arrastamento por unidade de volume de fluido
$f$	Factor de resistência Darcy-Weisbach
$g$	Aceleração da gravidade
$H$	Altura de água, energia total, altura de água no leito principal
$H_{LC}$	Altura de água no leito de cheia
$hr$	Altura relativa
$k_s$	Rugosidade absoluta
$n$	Coefficiente de rugosidade de Manning
$P$	Perímetro molhado
$Q$	Caudal escoado
$R$	Raio hidráulico
$R^2$	Factor de determinação
$Re$	Número de Reynolds
$S_0$	Declive do leito do canal
$S_f$	Inclinação da linha de energia
$s$	Inclinação transversal para painéis do SKM (1/s; horizontal/vertical)
$t$	Tempo
$U_d$	Velocidade média em profundidade no sentido de escoamento

Símbolo	Significado
$u$	Velocidade instantânea no sentido de escoamento
$u'$	Flutuação turbulenta da velocidade em relação a velocidade média no sentido de escoamento
$u_*$	Velocidade de atrito junto ao fundo
$U$	Velocidade média temporal no sentido principal de escoamento
$U_s$	Velocidade média temporal no sentido de escoamento do canal
$v$	Componente da velocidade no sentido transversal ao escoamento
$v'$	Flutuação turbulenta da velocidade em relação a velocidade média no sentido transversal ao de escoamento
$V$	Velocidade média temporal no sentido transversal ao escoamento
$w$	Velocidade instantânea no sentido normal ao do leito
$w'$	Flutuação turbulenta da velocidade em relação a velocidade média no sentido normal ao do leito
$W$	Velocidade média temporal no sentido normal ao leito
$\beta$	Factor de forma para o tipo de vegetação
$\Gamma$	Termo das correntes secundárias
$(\varepsilon_{xy})_d$	Viscosidade turbulenta média em profundidade
$\lambda$	Viscosidade turbulenta adimensional
$\nu$	Viscosidade cinemática
$\rho$	Massa volúmica
$\tau_0$	Tensão de arrastamento junto ao fundo
$\tau_{xy}, \tau_{xz}$	Tensões de Reynolds
$(\tau_{xy})_d, (\tau_{xz})_d$	Tensões de Reynolds médias em profundidade

## ÍNDICES

Símbolo	Significado
COHM	Método da coerência de Ackers
COH	Coerência
CVC	Canal Veiga da Cunha
DISADF	Factores de ajustamento de vazão
DCM	Métodos de canal dividido
FCF	Flood Channel Facility
LC	Leito de cheia
LDM	Métodos de divisão lateral
LP	Leito principal
LNEC	Laboratório Nacional de Engenharia Civil
SERF	Science and Engineering Research Facility
SKM	Método Shiono e Knight
RANS	Equação de Navier-Stokes média de Reynolds



## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Os rios são um recurso natural de grande importância socioeconómica. As regiões fluviais desde o início da história da humanidade são locais de fixação populacional, devido à grande disponibilidade de água potável. Nestas regiões, devido a fortes precipitações, ocorrem cheias esporádicas em que o rio transborda e passa a ocupar além do seu leito principal (LP) os seus leito(s) de cheia (LC), como mostrado na Figura 1. Com o desenvolvimento das populações, em povoações em regiões fluviais, à necessidade de espaço levou à ocupação dos leitos de cheia (LC) pela população, isto levou à alteração do fundo dos leitos de cheia o que alterou as características do escoamento que causam anualmente bastantes danos materiais e humanos. Os escoamentos fluviais em situação de cheia, podem causar arrastamento significativo de partículas, e danos nas infra-estruturas e de vidas humana. Daí a importância em delimitar e caracterizar os leitos de cheias de modo a reduzir o impacto causado pelas cheias.



Figura 1 – Cheias do Rio Douro 2005

Um rio afectado por uma cheia geralmente tem uma secção transversal composta. Durante estes eventos torna-se difícil prever a capacidade de vazão da secção. Devido a diferenças de altura água e rugosidade registam-se velocidades maiores no leito principal que nos leitos de cheia, o que leva a

que ocorra interação entre os dois escoamentos, o que provoca a um abrandamento do escoamento do leito principal e um aumento de velocidade nos leitos de cheia.



Figura 2 – Exemplo de secção transversal composta

A distribuição de tensões de arrastamento e velocidades médias ao longo da secção de um canal é de grande importância em termos práticos pois ela permite uma previsão do impacto das alterações efectuadas num rio, como por exemplo a erosão e arrastamento de partículas e os impactos na fauna.

Torna-se difícil obter bons resultados com os métodos de cálculo tradicionais devido aos fenómenos de transferência de massa e de quantidade de movimento. Os métodos tradicionalmente utilizados são unidimensionais e não conseguem oferecer uma boa distribuição de velocidades e de tensões de arrastamento ao longo da secção. Estes modelos contabilizam de forma simplificada os fenómenos de transferência de quantidade de movimento o que faz com que a capacidade de vazão se afaste da real. Contudo a utilização destes modelos simples ainda é comum.

Modelos quase-2D, como o método Shiono e Knight (SKM), oferecem um bom compromisso nas capacidades de modelação. Este modelo já apresenta capacidade de modelar aspectos tridimensionais como as correntes secundárias, o que permite obter a distribuição lateral de velocidades médias e de tensões de arrastamento mas sem ser necessário a utilização de modelos completamente 2D ou 3D e a complexidade que eles envolvem.

Os modelos 1D não iram ser totalmente substituídos, por modelos 2D e 3D, devido a sua simplicidades e utilização para a obtenção de estimativas, e a complexidade necessária par a aplicação de um modelo 2D ou 3D.



### **1.2. OBJECTIVOS**

O presente trabalho tem como objectivo a simulação analítica de escoamentos em regime uniforme com secção transversal composta caracterizados experimentalmente. Foi utilizado o Método Shiono e Knight (SKM) para a caracterização de escoamentos e examinar a capacidade deste modelo de obter resultados precisos em secções compostas. Para esse propósito estabeleceram-se os seguintes objectivos:

- Estudo sobre o peso relativo de cada um dos parâmetros do SKM.
- Aplicação do método SKM a escoamentos em canais com secção transversal composta com rugosidade homogénea.
- Aplicação do método SKM a escoamentos em canais com secção transversal composta com rugosidade heterogénea.
- Estudo sobre as divisões laterais para aplicação do SKM.
- Investigação dos parâmetros de calibração do modelo.

### **1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO**

No presente ponto será descrita a organização da presente dissertação, tendo em conta os objectivos definidos.

No capítulo 2 efectua-se uma revisão da literatura sobre escoamentos em canais com secção transversal composta. São revistas as técnicas de modelação, em particular o método de Shiono e Knight.

No capítulo 3 é descrito a aplicação genérica do SKM nos capítulos seguintes, e das características da instalação experimental instalada no Laboratório nacional de engenharia civil, o Canal Veiga da Cunha (LNEC-CVC).

No capítulo 4 o SKM é aplicado a um canal de secção transversal composta com fundo liso e rugosidade homogénea, com o objectivo de se estudar os efeitos relativos de cada parâmetro de calibração do método.

No capítulo 5 é estudada a aplicação do SKM com uma divisão lateral diferente do canal. Deste modo pretende-se estudar a influência da divisão lateral do canal.

No capítulo 6 foi aplicado o SKM a um canal de secção transversal composta para a situações de fundo liso e rugoso, e rugosidade homogénea e heterogénea. E são propostas relações empíricas dos parâmetros de calibração com a altura relativa para o Canal Veiga da Cunha instalado no Laboratório Nacional de Engenharia Civil.

No capítulo 7 resumem-se os resultados obtidos na presente dissertação, discutem-se as aplicações práticas dos mesmos, e apresentam-se propostas para desenvolvimentos futuros da investigação realizada.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. *ESTRUTURA TURBULENTA DE ESCOAMENTOS EM CANAIS COM SECÇÃO TRANSVERSAL COMPOSTA*

Os escoamentos em regime turbulento são os mais comuns em canais naturais, daí serem o principal alvo de estudo em Hidráulica Fluvial. O principal desafio nestes escoamentos é a obtenção de dados precisos, como a capacidade de vazão e a distribuição lateral de velocidades médias em profundidade. Para escoamento em canais de secção composta é de difícil obtenção a distribuição de velocidades médias em profundidade devido a fenómenos de transferência de quantidade de movimento gerada por estruturas turbulentas (Shiono e Knight, 1991) (Ikeda ,1999) (Nezu e Nakagawa ,1993). Na Figura 3 está apresentado uma representação das estruturas turbulentas que ocorrem na interface entre os leitos.

Na Figura 3 pode ser visto a existência de dois tipos de estruturas turbulentas, um tipo com eixo vertical que resultam do gradiente de velocidades entre os dois leitos e outras de eixo longitudinal que resultam da anisotropia da turbulência criada pelo leito. As estruturas turbulentas de eixo vertical mais conhecidas por vórtices de interface são muito mais simples e fortes que as de eixo longitudinal conhecidas por células de escoamento secundário. As estruturas de escoamento secundário são influenciadas por vários factores, como a geometria do canal, a distribuição da rugosidade e para canais de secção composta a altura relativa,  $hr$  , que se encontra definida na Equação 2.1.

$$hr = \frac{H - h}{H} \quad (2.1)$$

em que:

$$h = H - H_{LC} \quad (2.2)$$

Onde  $H$  é a altura de no leito principal,  $H_{LC}$  é a altura de água no leito de cheia e  $h$  é a diferença entre a altura de águas do LC e do LP.

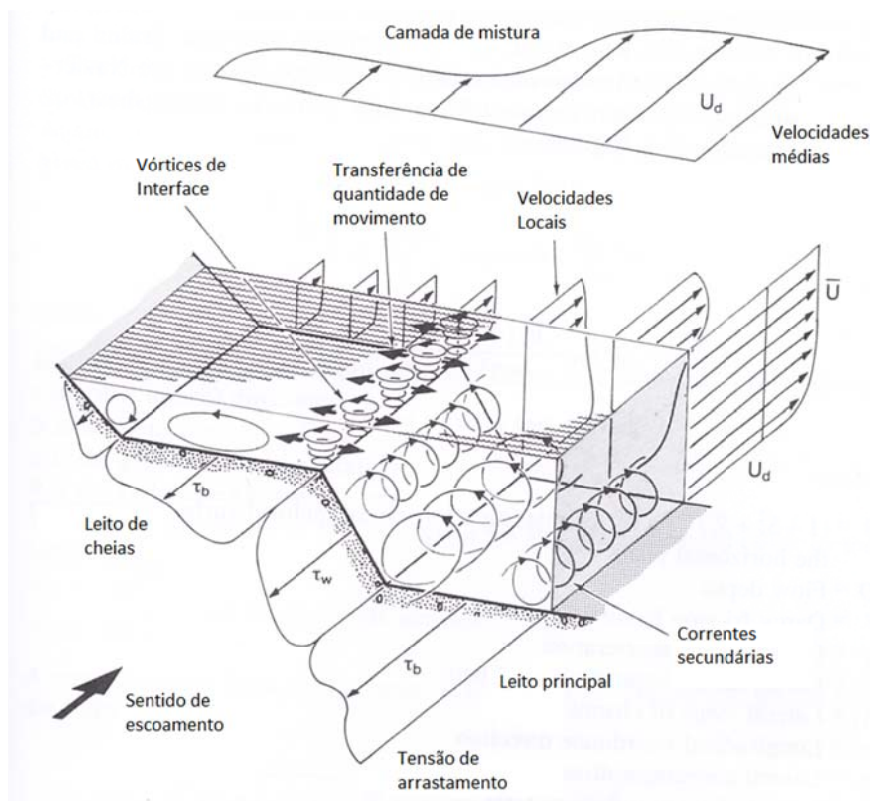


Figura 3 – Estrutura turbulenta num escoamento com secção composta (Adaptado de Shiono e Knight 1991)

Os vórtices turbulentos são as estruturas de eixo vertical representadas na Figura 3. Estes vórtices ocorrem devido a instabilidade transversal em regiões onde existe um grande gradiente de velocidades, por exemplo na interface do canal principal com o leito de cheia (Ikeda e Kuga, 1997). Os vórtices em escoamentos turbulentos exibem uma ampla gama de tamanhos. Os maiores vórtices extraem energia do escoamento e esta é transferida para vórtices menores e depois para vórtices ainda menores até que a energia seja dissipada por efeitos viscosos e.g. (Wright, 2001). Os vórtices turbulentos vão assim dissipando energia do escoamento. Estes vórtices formam-se na região de interface entre o LC e o LP como apresentado nas Figuras 3 e 4.

Os vórtices turbulentos são mais importantes para alturas relativas baixas (e.g.  $hr=0,18$ ), nesta situação existe uma grande diferença entre alturas de água entre o LP e LC, o que leva a que exista um grande gradiente de velocidades. Como foi observado por Ikeda *et al.* (2001) para altura relativas baixas (e.g.  $hr=0,18$ ) os vórtices turbulentos desenvolvem-se de uma maneira forte e visível, e conforme a altura relativa vai aumentando eles vão perdendo intensidade até que em alturas relativas elevadas (e.g.  $hr=0,344$ ) os vórtices são substituídos por um borbulhar intermitente.

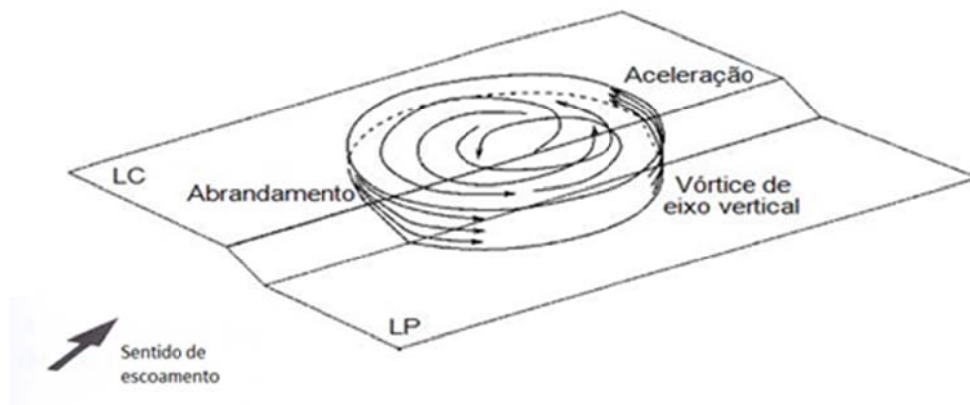


Figura 4 – Representação de um vórtice turbulento (adaptada de Prooijen *et al.* , 2005)

Por sua vez, as células de escoamento secundário são uns vórtices helicoidais de sentido longitudinal ao escoamento como apresentado na Figura 3. Estes vórtices retiram energia ao escoamento principal, transformando-a em movimento transversal, reduzindo assim a velocidade no sentido principal. Este fenómeno tem intensidade tal que não pode ser desprezado na aplicação de modelos em que se pretenda obter resultados precisos. Na Figura 5 apresenta-se uma distribuição de células de escoamento secundário para um canal prismático.

As células de escoamento secundário são geradas devido à anisotropia da turbulência. Esta anisotropia é causada pelas condições de fronteira do leito, das paredes laterais, e da superfície livre, dependendo da geometria do canal e do tipo de rugosidade do leito. De notar que a intensidade das correntes secundárias para planícies de cheia rugosas são cerca de 70% superiores às correspondentes em leitos lisos. Este facto deve-se ao aumento da resistência ao escoamento e também a um aumento do gradiente de velocidades (Tominaga *et al.*, 1989; Nezu, 1994).

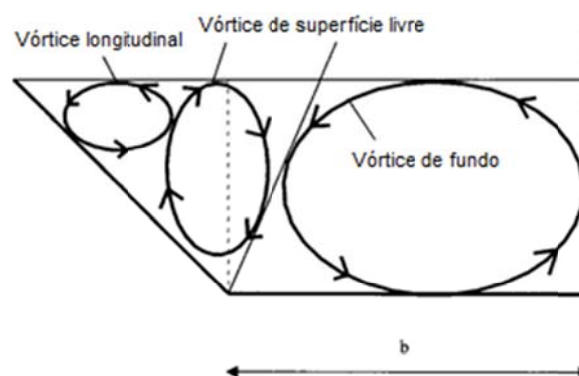


Figura 5 – Distribuição de células de escoamento secundário para canal prismático (Tominaga *et al.*, 1989)

As células de escoamento secundários têm uma grande influência na distribuição lateral de tensão de arrastamento. A intensidade da tensão de arrastamento aumenta quando a célula de escoamento secundário tem sentido de rotação contra a parede e diminuem quando o sentido de rotação se afasta da parede, o que indica que as células de escoamento secundário influenciam directamente as tensões de arrastamento como observado por Knight e Demetriou (1983).

## **2.2. MODELOS UNIDIMENSIONAIS EM ESCOAMENTOS FLUVIAIS**

### **2.2.1. Generalidades**

Neste ponto vão ser revistos alguns modelos unidimensionais. Estes modelos são de grande importância devido a simplicidade da sua aplicação. A relação entre altura de escoamento,  $H$ , e caudal, também designado por curva de vazão, para um determinado canal é de grande importância em termos práticos para a Hidráulica Fluvial. Estes métodos são particularmente eficientes quando o escoamento se encontra concentrado no leito principal, mas secções compostas existem vários factores que tem de ser tomados em conta:

- o raio hidráulico,  $R$ , sofre uma grande alteração quando se inicia uma cheia;
- interacção que ocorre entre o LP e o LC e as trocas de quantidade de movimento que se desenvolvem;
- rugosidade heterógena;
- vegetação existente no local;
- arrastamento de sedimentos;
- distribuição de tensões de arrastamento;

A abordagem tradicional para escoamentos em canais com secções transversais complexas tem sido a divisão do canal em várias sub-áreas. Após esta divisão calcula-se a capacidade de vazão para cada sub-área utilizando uma equação de resistência como a de Manning-Strickler, ou Colebrook-White. E para finalizar o método é efectuado o somatório das capacidades de escoamento das sub-áreas de modo a se obter a capacidade de escoamento da secção.

Quando o LP começa a transbordar, o caudal previsto por este método de cálculo diminui. Foi mostrado por Knight *et al.* (1989) que o valor do coeficiente de Manning global,  $n_{global}$ , diminui abruptamente a partir do ponto em que o canal começa a transbordar. Este efeito é irreal e ocorre devido a uma grande diminuição brusca do raio hidráulico,  $R$ , causada pelo aumento brusco do perímetro molhado,  $P$ , e não tem relação com qualquer aumento de rugosidade dos LC. A grande dificuldade da aplicação destes modelos em escoamentos fluviais deve-se à complexidade da secção

transversal da mesma, e da contabilização das estruturas tridimensionais que se desenvolvem na secção.

Os modelos unidimensionais baseiam-se nas equações Navier-Stokes médias de Reynolds(RANS) que descrevem o movimento geral para escoamentos turbulentos. Para um determinado ponto “J” o escoamento num canal natural pode ser descrito como na Figura 6.

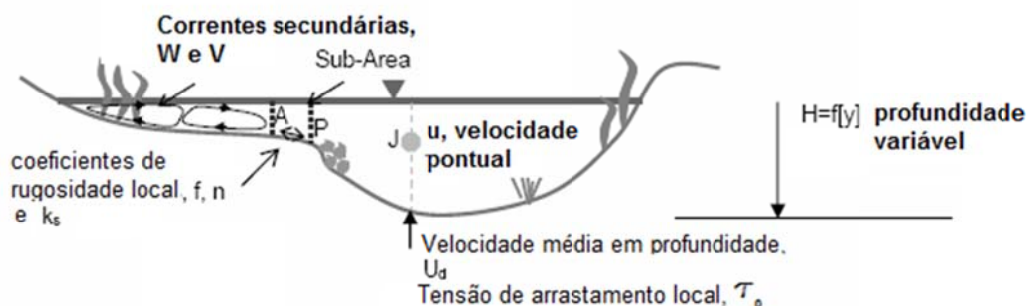


Figura 6 – Escoamento num canal natural (adaptado de Chlebek, 2009)

Para o caso em que o escoamento tem um sentido predominante então a equação diferencial para a componente de quantidade de movimento no sentido de escoamento pode ser expressa em combinação com a equação de continuidade, expressa por:

$$\rho \left[ \frac{\partial UV}{\partial y} + \frac{\partial UW}{\partial z} \right] = \rho g S_0 + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\rho \overline{u'v'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( -\rho \overline{u'w'} \right) \quad (2.3)$$

Onde  $U, V, W$  são as componentes da velocidade médias temporais nos sentidos do escoamento,  $x$ , transversal ao sentido do escoamento,  $y$ , no sentido normal ao leito,  $z$ , respectivamente,  $u', v', w'$  são as flutuações turbulentas da velocidade em relação à velocidade média,  $S_0$  é a inclinação longitudinal do leito,  $g$  a aceleração gravítica, e  $\rho$  a densidade do líquido.

Em termos práticos a preocupação da Engenharia Fluvial caí sobre valores médios e valores nas fronteiras. De modo que a Equação 2.3 tem de ser integrada em profundidade, largura ou área do canal para ter aplicabilidade prática. Como normalmente as distribuições laterais de velocidade são de grande importância na Hidráulica Fluvial, então a integração em profundidade é recomendada, o que leva a uma equação bidimensional média em profundidade.

$$\rho g H S_0 - \frac{1}{8} \rho f U_d^2 \left(1 + \frac{1}{s^2}\right)^{1/2} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \rho \lambda H^2 \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} U_d \frac{\partial U_d}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial y} [H(\rho UV)_d] \quad (2.4)$$

Onde o índice  $d$  representa o valor médio em profundidade,  $f$  representa factor de resistência Darcy-Weisbach,  $\lambda$  é a viscosidade turbulenta adimensional.

A Equação 2.3 pode ser também integrada através da secção transversal que irá conduzir a uma equação unidimensional, para a qual todos os efeitos da estrutura de escoamento são condensados num único parâmetro de resistência. Exemplos deste método são a equação de Manning (1891) e de Darcy-Weisbach (1857), e são expressas por:

$$U_s = \frac{\left(R^{2/3} \sqrt{S_f}\right)}{n_{global}} \quad (2.5)$$

$$U_s = \sqrt{\left(\frac{8g}{f_{global}}\right)} \sqrt{R} \sqrt{S_f} \quad (2.6)$$

Onde  $n_{global}$  e  $f_{global}$  são o factores de resistência globais para toda secção transversal. Estes coeficientes ignoram as componentes da estrutura de escoamento que são recriados por termos individuais nas equações bidimensionais e tridimensionais. Os factores de resistência globais são conhecidos por variarem com a altura de escoamento e para a maioria das geometrias de canais. Os métodos unidimensionais são geralmente utilizados para o cálculo de caudais em sub-áreas ou zonas de um canal de secção composta. A aplicação das Equações 2.5 e 2.5 directamente a um canal sem divisão de áreas são conhecidos como métodos de canal único.

Para todas as abordagens unidimensionais a forma da secção transversal não é explicitamente incluída e tem que ser contabilizada por outro meio (Rhodes e Knight, 1994). Quando a distribuição de rugosidade ao longo do perímetro molhado é heterogénea o que geralmente ocorre em canais naturais tem que se recorrer a equações auxiliares (Knight *et al.*, 1994). Após esta introdução torna-se claro que os factores de resistência para métodos unidimensionais são um aglomerado impreciso das tensões verticais e horizontais e das correntes secundárias, mesmo para canais simples.

### 2.2.2. Métodos de canal dividido (DCM)

Como mostrado na secção 2.2.1 os métodos de subdivisão da secção e a utilização de parâmetros de resistência globais não são apropriados para estimar caudais em secções compostas. À luz dos



conhecimentos adquiridos sobre a estrutura de escoamento em canais de secção composta uma série de sugestões foram feitas sobre a forma que os métodos de canal dividido poderiam ser modificados para simular o processo de interacção em canais de secção composta com mais precisão (Lambert e Meyers, 1998). Os métodos para se melhorar a precisão dos resultados podem ser divididos em cinco categorias.

A primeira metodologia baseia-se em alterar os perímetros molhados,  $P$ , de cada sub-área. Normalmente a alteração efectuada é a exclusão da linha de interface vertical entre LP/LC para o cálculo de  $P$  na sub-área do LC, e a inclusão da linha anteriormente excluída no cálculo de  $P$  do LP. Este método faz com que o modelo obtenha velocidades inferiores no LP e velocidades superiores no LC. No entanto esta abordagem falha quando o LP começa a transbordar porque as forças de interacção são altas, e a altura de escoamento no LC,  $H_{LC}$ , é baixa o que torna a linha de interface curta, e insuficiente para contabilizar as forças de interacção que se desenvolvem (Knight, 2001)

A segunda metodologia tem como base a quantificação de esforços tangenciais aparentes nas linhas de divisão de sub-áreas. Esta abordagem requer conhecimentos das tensões de Reynolds médias em profundidade e termos de vorticidade, estes termos são incluídos então numa análise unidimensional para se obter a tensão de arrastamento efectiva para cada sub-área, e através disto obter a capacidade de vazão correcta para cada sub-área. Com esta metodologia é possível obter uma correcta divisão de caudal dentro da secção transversal. Muitos autores tentaram desenvolver equações empíricas para os esforços tangenciais aparentes nas linhas de divisão de sub-áreas específicas. Grande parte destas equações utiliza como principal variável a altura relativa,  $hr$ , e como variáveis secundárias a largura do LC e a rugosidade relativa ( $n_{LC}/n_{LP}$ ). Apesar de tudo estas equações empíricas podem adaptar-se bem a alguns dados experimentais não sendo contudo aplicáveis na generalidade, pois na tensão aparente são englobadas contribuições tão distantes como as dos vórtices de eixo vertical e vórtices helicoidais (correntes secundárias).

Uma terceira abordagem que vem em seguimento da segunda, é especificar as linhas de divisão entre sub-áreas de modo a coincidirem com linhas onde a tensão tangencial é nula. Contudo a natureza tridimensional do perfil de velocidades torna muito difícil a generalização da posição das linhas com velocidade constante para todos os tipos de formas de canais, altura de escoamento e distribuição de rugosidade (Knight e Mohammed, 1984).

A quarta abordagem é combinar os DCM utilizando interfaces verticais e horizontais, em conjunto com um factor de ponderação, como foi sugerido por Lambert e Myers (1998). Nesta abordagem um único factor de ponderação é aplicado as velocidades previstas pelo método de divisão vertical e horizontal de modo a que seja obtida uma velocidade intermédia que represente mais aproximadamente a velocidade observada tanto no LC como no LP. Os valores para este factor de

ponderação variam de 0,5, para canais de rugosidade homogénea, a 0,2 para canais onde o LC é mais rugoso que o LP.

A última e mais importante abordagem dos métodos de canais divididos foi proposta por Ackers (1991) e é conhecida por método da coerência (COHM), e está estabelecido como um dos melhores métodos unidimensionais para lidar com escoamento em secções compostas e de rugosidade heterogénea. A “coerência”, COH, define-se como a relação entre a capacidade de vazão calculada considerando o canal como uma única área e o factor de resistência ponderado ao longo do perímetro molhado, com a capacidade de vazão calculada através de divisão do canal em várias sub-áreas e posterior somatório dos caudais individuais das mesmas.

$$COH = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} A_i \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} A_i}{\sum_{i=1}^{i=n} (f_i P_i)}}}{\sum_{i=1}^{i=n} \left[ A_i \sqrt{\left( \frac{A_i}{f_i P_i} \right)} \right]} \quad (2.7)$$

Onde  $i$  representa cada uma das  $n$  zonas de escoamento. Quanto mais próximo da unidade o valor de COH se aproxima, mais apropriado é tratar o canal com uma única secção. O valor da coerência depende principalmente da geometria do canal e da distribuição de rugosidade. O valor mais baixo que se pode obter para COH é de 0,5.

Quando a coerência é muito menor que a unidade então é necessário a utilização de factores de ajustamento de vazão para corrigir os escoamentos individuais para cada sub-área. Ackers (1993a) realizou estudos em escoamentos de secção composta para a Science and Engineering Research Facility – Flood Channel Facility (SERF-FCF) que o levou a sugerir vários factores de ajustamento de vazão (DISADF) que são necessários em quatro regiões de alturas relativas, como apresentado na Figura 7, em que as regiões representam:

- Região 1 – Alturas relativas baixas, a interacção aumenta com a profundidade
- Região 2 – Alturas relativas moderadas, a interacção baixa
- Região 3 – Alturas relativas elevadas, ocorre mais interacção
- Região 4 – Canal pode ser considerado como um canal de secção única

Resultados experimentais obtidos por Ackers (1993b) mostram que o caudal real para um dado canal é sempre menor que o valor básico calculado com subdivisão de áreas, mas sempre maior que o valor obtido considerando o canal como uma secção única. Isto implica também que com a

consideração de várias zonas, a altura,  $H$ , para um determinado escoamento vai ser maior que a prevista pelo somatório das várias zonas mas irá ser menor que na situação em que se considera o canal uma única zona.

$$Q_{unico} \leq Q_{real} \leq Q_{\sum zonas} \quad (2.8)$$

A capacidade de vazão ou a capacidade de vazão de um canal,  $Q$ , relaciona-se com a inclinação da linha de energia por parâmetros de rugosidade e geométricos. Baseado nas Equações 2.5 e 2.6, Chow (1959) definiu a capacidade de vazão  $K$ , como sendo:

$$Q = KS_f^{1/2} \quad (2.9)$$

Foi introduzido por Ackers (1993a) um coeficiente de capacidade de vazão modificado,  $K_D$ , de modo a que seja apropriada a aplicação do método para canais de secção composta, utilizando (2.6) definiu  $K_D$  como apresentado na Equação 2.10. Para a secção composta típica, que é dividida no LP e dois LC simétricos, a capacidade de vazão básica,  $K_{DB}$ , é então dada pelo somatório dos  $K_D$  para cada sub-área como mostrado em 2.11. O próximo passo é a multiplicação de  $K_{DB}$  pelo factor de ajustamento de vazão, DISADF, para se obter o caudal correcto. Por fim o caudal é calculado utilizando a Equação 2.9 e o coeficiente  $K_D$  após aplicados os coeficientes de ajustamento de vazão.

$$K_D = \frac{Q}{\sqrt{8gS_f}} = A \sqrt{\left(\frac{A}{fP}\right)} \quad (2.10)$$

$$K_{DB} = A_{LP} \sqrt{\frac{A_{LP}}{f_{LP}P_{LP}}} + 2A_{LC} \sqrt{\frac{A_{LC}}{f_{LC}P_{LC}}} \quad (2.11)$$

$$K_D = (DISADF) * K_{DB} \quad (2.12)$$

Neste método as várias divisões verticais de sub-áreas não devem ser consideradas no cálculo do perímetro molhado. Os caudais para cada sub-área devem ser calculados através de uma equação de resistência tradicional como (2.5) e (2.6) e somadas para se obter o caudal “básico” que é ajustado através de factores de ajustamento de vazão para simular os efeitos de interacção entre LP e os LC. Ackers (1992) propôs uma relação diferente de ajustamento para cada uma das quatro regiões de alturas relativas.

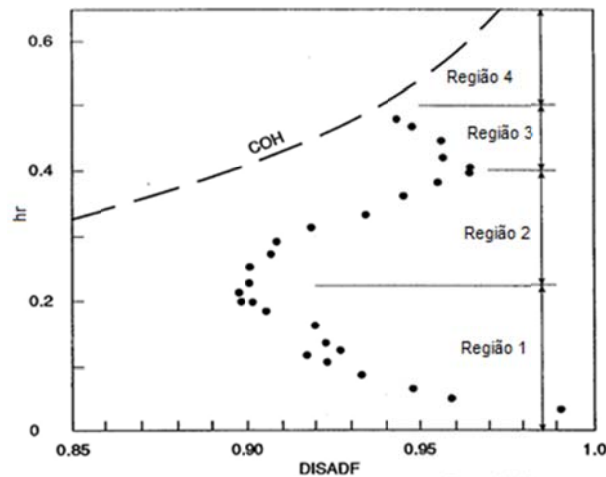


Figura 7 - Factores de ajustamento de vazão, para testes na FCF, serie 2 (adaptada de Ackers, 1993a)

### 2.2.3. Métodos de divisão lateral (LDM)

A grande parte dos métodos de divisão lateral (LDM) são métodos baseados nas Equações Navier-Stokes médias por Reynolds (RANS) integrada em profundidade. Estes métodos assumem um regime uniforme, constante para um canal prismático. Como estes métodos derivam directamente de equações fundamentais de escoamentos têm um grande fundamento teórico.

Nos LDM o canal é dividido numa série de “painéis” laterais e o caudal ou a velocidade média em profundidade é calculada para cada um dos canais, e somada para dar o caudal total do canal como apresentando na Equação 2.13.

$$Q = \int_0^B q dy = \int_0^B U_d dA \quad (2.13)$$

Os modelos do tipo LDM não são unicamente unidimensionais existem também modelos quase-2D e 2D. A melhor descrição deste tipo de modelo é unidimensional com termos bidimensionais para descrever efeitos tridimensionais. Estes métodos são muito semelhantes ao SKM, mas o termo das correntes secundárias,  $\Gamma$ , é desprezado. Como consequência, nos modelos LDM, o efeito das células de escoamento secundário é agregado à viscosidade turbulenta média em profundidade,  $(\varepsilon)_d$ , ou a sua versão adimensional,  $\lambda$  (Bousmar e Zech, 1999).

### 2.3. MODELO ANALÍTICO DE SHIONO E KNIGHT (SKM)

#### 2.3.1. Descrição genérica

O método Shiono e Knight é um modelo de distribuição lateral (LDM) quase-2d, a principal diferença entre o SKM e um modelo LDM unidimensional é que o SKM não ignora o termo das correntes secundárias como os outros modelos. Este modelo calcula a distribuição lateral de velocidades e tensões de arrastamento ao longo da secção transversal para escoamentos turbulentos em regime uniforme. Apesar de ser aplicável a canais de secção simples, a sua utilização recai principalmente para canais de secção transversal composta. Este modelo assume o regime uniforme e que a secção transversal é prismática.

Como a maioria dos modelos unidimensionais, o SKM baseia-se nas RANS combinadas com a equação de continuidade, Equação (2.3). Considerando  $W(H) = W(0) = 0$ , Shiono e Knight (1988) integraram (2.3) obtendo:

$$\frac{\partial H(\rho UV)_d}{\partial y} = \rho g H S_0 + \frac{\partial H(\tau_{yz})_d}{\partial y} - \tau_0 \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}} \quad (2.14)$$

Em que  $\tau_0$  é a tensão de arrastamento,  $\tau_{yz}$  representa as tensões de Reynolds,  $s$  é a inclinação transversal do leito ( $1/s$ , vertical/horizontal). Os valores médios em profundidade definem-se de acordo com:

$$(\rho UV)_d = \frac{1}{H} \int_0^H (\rho UV) dz \quad (2.15)$$

$$(\tau_{yx})_d = \frac{1}{H} \int_0^H (\tau_{yx}) dz \quad (2.16)$$

$$U_d = \frac{1}{H} \int_0^H (U) dz \quad (2.17)$$

Os métodos baseados na integração da RANS em profundidade precisam de um método para aproximar as tensões tangenciais. Foi utilizado por Shiono e Knight a abordagem de viscosidade turbulenta para tratar do termo de tensão de Reynolds. Para este modelo a tensão de Reynolds média,  $(\tau_{xy})_d$ , é expressa através de um gradiente da velocidade média:

$$(\tau_{yx})_d = \rho(\varepsilon_{yx})_d \frac{\partial U_d}{\partial y} \quad (2.18)$$

$$(\varepsilon_{yx})_d = \lambda u_* H \quad (2.19)$$

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (2.20)$$

Como a viscosidade turbulenta,  $(\varepsilon_{yx})_d$ , tem unidades de  $m^2/s$  é geralmente relacionada com a velocidade de arrastamento média junto ao fundo,  $u_*$ , e com a altura de água,  $H$ , pela viscosidade turbulenta adimensional,  $\lambda$ . A tensão de arrastamento local,  $\tau_0$ , pode então ser utilizada em conjunto com o factor de resistência de Darcy-Weisbach,  $f$ , para relacionar a velocidade média,  $U_d$ , com a velocidade de arrastamento média junto ao fundo,  $u_*$ .

$$f = \frac{8\tau_0}{\rho U_d^2} \quad (2.21)$$

$$u_* = \sqrt{\frac{f}{8}} U_d \quad (2.22)$$

Substituindo então (2.19) e (2.22) em (2.3) obtém-se.

$$\rho g H S_0 - \frac{1}{8} \rho f U_d^2 \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \rho \lambda H^2 \sqrt{\frac{f}{8}} U_d \frac{\partial U_d}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial y} [H(\rho UV)_d] \quad (2.23)$$

Foi observado experimentalmente por Shiono e Knight (1991) que a tensão tangencial devido às correntes secundárias,  $(\rho UV)_d$ , decresce lateralmente de modo aproximadamente linear desde o valor máximo que ocorre na zona de interacção entre leito de cheia e leito principal. Utilizando este conceito, obtém-se o gradiente lateral da força devida ao escoamento secundário por unidade de comprimento:

$$\frac{\partial (H \rho UV)_d}{\partial y} = \Gamma \quad (2.24)$$

Onde  $\Gamma$  é um termo de correntes secundárias adimensional, que varia conforme as regiões de escoamento. Assim utilizando a equação 2.4, pode ser obtida uma solução analítica visto  $\Gamma$  se tornar uma constante. A Equação 2.14 pode então ser simplificada.

$$\tau_0 \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}} = \rho g H S_0 + \frac{\partial H(\tau_{yz})_d}{\partial y} - \Gamma \quad (2.25)$$

A equação 2.25 mostra que a tensão de arrastamento,  $\tau_0$ , é influenciada por tensões laterais e correntes secundárias e difere do valor baseado na profundidade local. Resulta, portanto, esta abordagem 2D que qualquer coeficiente de resistência será influenciado pelas estruturas 3D de escoamento (Knight, 2001).

O Modelo SKM é calibrado através de três coeficientes: factor de resistência de Darcy-Weisbach,  $f$ , viscosidade turbulenta adimensional,  $\lambda$ , e termo das correntes secundárias,  $\Gamma$ , Shiono e Knight (1991) obtiveram a solução analítica para a Equação (2.23), para os casos em que a secção transversal tem profundidade constante e profundidade linearmente variável. A solução obtida para profundidades constantes é dada por (2.26).

$$U_d = \sqrt{C_1 e^{\gamma y} + C_2 e^{-\gamma y} + k} \quad (2.26)$$

Onde  $C_1$  e  $C_2$  são constantes, que se podem obter com a aplicação das condições de fronteira correctas. Onde  $\gamma$  e  $k$  são:

$$\gamma = \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left( \frac{f}{8} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{H}} \quad (2.27)$$

$$k = \frac{g S_0 H - \Gamma / \rho}{f / 8} \quad (2.28)$$

Para uma sub-área com inclinação linearmente variável a solução analítica obtida é dada pela Equação (2.29).

$$U_d = \sqrt{C_3 \xi^\alpha + C_4 \xi^{-(\alpha+1)} + \omega \xi + \eta} \quad (2.29)$$

Onde  $C_3$  e  $C_4$  são constantes, que se podem obter com a aplicação das condições de fronteira correctas, e  $\alpha$ ,  $\omega$ ,  $\eta$  e  $\xi$  são dados por:

$$\alpha = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 + \frac{s\sqrt{1+s^2}}{\lambda}}\sqrt{8f}}{2} \quad (2.30)$$

$$\omega = \frac{gS_0}{\frac{\sqrt{1+s^2}}{s} \left( \frac{f}{8} \right) - \frac{\lambda}{s^2} \sqrt{\frac{f}{8}}} \quad (2.31)$$

$$\eta = \frac{-\Gamma}{\rho \left( \frac{f}{8} \right) \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}}} \quad (2.32)$$

$$\xi = H \pm \frac{y \pm b}{s} \quad (2.33)$$

Na Equação (2.33) utiliza-se o sinal negativo se o ponto mais alto ocorrer do lado esquerdo e negativo se o ponto mais alto ocorrer do lado direito. A variável  $\xi$  representa a altura de água,  $H$ , nas regiões com inclinação transversal.

### 2.3.2. Aplicação do SKM a uma secção composta

A essência do SKM é que qualquer secção transversal prismática pode ser dividida por uma série de elementos lineares, produzindo então painéis com altura constante ou variável (Knight *et al.*, 2010).

Para a obtenção da solução do SKM o canal tem que ser dividido lateralmente em vários painéis. Para garantir a continuidade da distribuição de velocidades e de tensão de arrastamento é necessário aplicar correctamente as condições de fronteira entre painéis e limites do canal. Como referido na secção 2.2.1 é necessário definir condições de fronteira apropriadas para a correcta definição das constantes da solução analítica. Tomando por exemplo a instalação experimental instalada no Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC), o Canal Veiga da Cunha (CVC), a sua secção transversal pode ser dividida do modo apresentado na Figura 8.



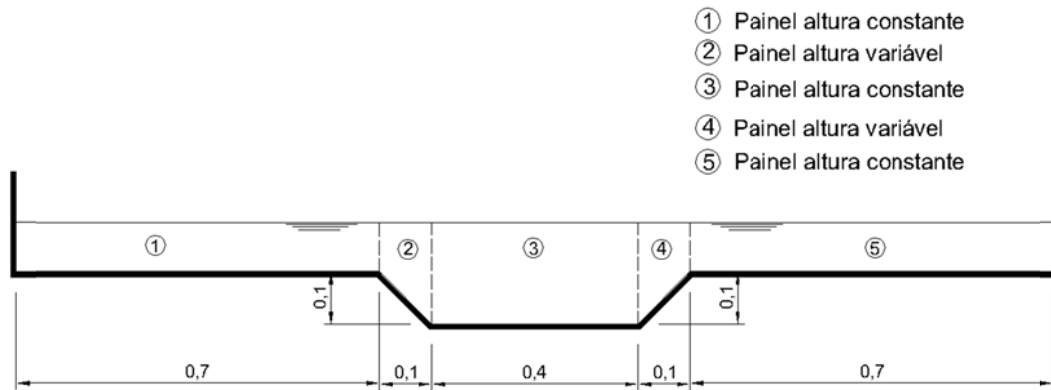


Figura 8 – Divisão lateral da Secção transversal do CVC para aplicação SKM

Pode ver-se na Figura 8 uma possível divisão de painéis para utilização no SKM. Originalmente Shiono e Knight (1991) propuseram três condições de fronteira entre dois painéis adjacentes.

- Continuidade da velocidade média

$$(U_d)_i = (U_d)_{i+1} \quad (2.34)$$

- Continuidade do gradiente da velocidade média

$$\left( \frac{\partial U_d}{\partial y} \right)_i = \left( \frac{\partial U_d}{\partial y} \right)_{i+1} \quad (2.35)$$

- Continuidade da tensão lateral média

$$(H(\tau_{yx})_d)_i = (H(\tau_{yx})_d)_{i+1} \quad (2.36)$$

Para os painéis de extremidade no limite do canal aplica-se a condição de não escorregamento, de modo a que a velocidade seja nula nesse ponto.

$$(U_d)_i = 0 \quad (2.37)$$

Se um canal apresentar simetria na sua secção transversal é possível aplicar o SKM com esta consideração, reduzindo o número de divisões laterais necessárias, assim reduz-se o número de parâmetros de calibração necessários simplificando bastante a aplicação do método. Um aumento do número de divisões pode permitir uma maior definição das células de escoamento secundário que

permitirá obter resultados de melhor qualidade. Para garantir a continuidade no eixo de simetria tem que ser imposta a seguinte condição de fronteira.

$$\frac{\partial(HU_d)_i}{\partial y} = 0 \quad (2.38)$$

Considerando a simetria obteve-se esta divisão mais simples para o canal CVC, representada na Figura 9.

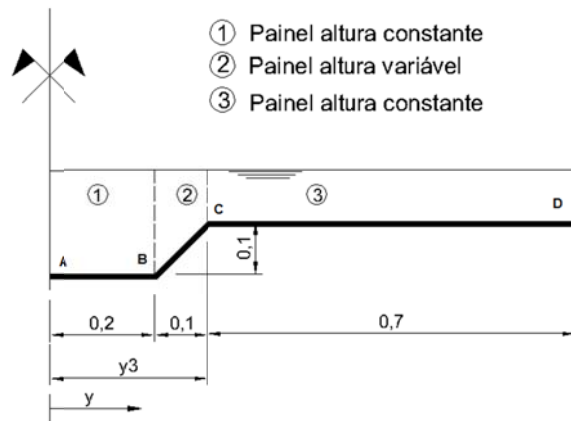


Figura 9 – Divisão da secção transversal do CVC em 3 painéis considerando simetria

### 2.3.3. Solução analítica do método Shiono e Knight

A solução analítica para o SKM foi obtida por Shiono e Knight (1988 e 1991). Para se obter a solução o canal é dividido num número de painéis como mostrado na Figura 8 e 9. Existe a possibilidade de subdividir estes painéis para se obter maior precisão nos resultados devido a uma melhor definição das células de escoamento secundário como observado por Knight *et. al.* (2007). Utilizando a solução analítica, as constantes “ $C_i$ ” são obtidas directamente das condições de fronteira.

Para a solução analítica, do canal da Figura 9, as Equações (2.26) e (2.29), são aplicadas aos vários painéis. Como mostrado na secção 2.3.2, existem várias condições de fronteira que têm que ser respeitadas para manter a continuidade nas distribuições. O ponto A, apresentado na Figura 9, que é o eixo de simetria do canal aplica-se a condição (2.38), em que se obtém (2.39). Então as condições de fronteira entre painéis são aplicadas para o ponto B e C, e no ponto D que se encontra na extremidade vai ser aplicada a condição (2.37).

Condição a aplicar no eixo de simetria:

$$\left. \frac{\partial U_{d1}}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \Rightarrow \left. \frac{\partial U_{d1}^2}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \Rightarrow \gamma_1 C_1 - \gamma_2 C_2 = 0 \quad (2.39)$$

para a interface entre o painel 1 e 2: (2.40)

$$U_{d1}(y=0,2) = U_{d2}(y=0,2) \Rightarrow C_1 e^{0,2\gamma_1} + C_2 e^{-0,2\gamma_1} - C_3 \xi^\alpha - C_4 \xi^{-(\alpha+1)} = w + \eta - K_1$$

$$\left. \frac{\partial U_{d1}}{\partial y} \right|_{y=0,2} = \left. \frac{\partial U_{d2}}{\partial y} \right|_{y=0,2} \Rightarrow \left. \frac{\partial U_{d1}^2}{\partial y} \right|_{y=0,2} = \left. \frac{\partial U_{d2}^2}{\partial y} \right|_{y=0,2} \Leftrightarrow \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow C_1 \gamma_1 e^{0,2\gamma_1} + C_2 e^{-0,2\gamma_1} - C_3 \frac{\partial}{\partial y} (\xi^\alpha) \Big|_{y=0,2} - C_4 \frac{\partial}{\partial y} (\xi^{-(\alpha+1)}) \Big|_{y=0,2} = \\ &= \frac{\partial(w_2)}{\partial y} \xi + \frac{\partial(\xi)}{\partial y} w + \frac{\partial(\eta)}{\partial y} - \frac{\partial(K_1)}{\partial y} \end{aligned}$$

para a interface entre o painel 2 e 3: (2.42)

$$U_{d2}(y=0,3) = U_{d3}(y=0,3) \Rightarrow$$

$$C_3 \xi^\alpha + C_4 \xi^{-(\alpha+1)} - C_5 e^{0,3\gamma_3} - C_6 e^{-0,3\gamma_3} = -w\xi - \eta + K_3$$

$$\begin{aligned} &\left. \frac{\partial U_{d2}}{\partial y} \right|_{y=0,3} = \left. \frac{\partial U_{d3}}{\partial y} \right|_{y=0,3} \Rightarrow \left. \frac{\partial U_{d2}^2}{\partial y} \right|_{y=0,3} = \left. \frac{\partial U_{d3}^2}{\partial y} \right|_{y=0,3} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow C_3 \frac{\partial}{\partial y} (\xi^\alpha) \Big|_{y=0,3} + C_4 \frac{\partial}{\partial y} (\xi^{-(\alpha+1)}) \Big|_{y=0,3} - C_5 \gamma_3 e^{0,3\gamma_3} + C_6 \gamma_3 e^{-0,3\gamma_3} = \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$= -\frac{\partial(w)}{\partial y} \xi - \frac{\partial(\xi)}{\partial y} w - \frac{\partial(\eta)}{\partial y} + \frac{\partial(K_3)}{\partial y}$$

condição a aplicar na parede lateral do painel 3. (2.44)

$$U_{d3}(y) \Big|_{y=1} = 0 \Rightarrow U_{d3}^2(y) \Big|_{y=1} = 0 \Leftrightarrow C_5 e^{\gamma_3} + C_6 e^{-\gamma_3} = -K_3$$

Pode ser utilizada uma matriz para a solução deste sistema de equações, ficando então.

$$[T] \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{bmatrix} = [q] \quad (2.45)$$

Onde  $T$  e  $q$ :

$$[T] = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e^{0,2\gamma_1} & e^{-0,2\gamma_1} & -\xi^\alpha & -\xi^{-\alpha} & 0 & 0 \\ \gamma_1 e^{0,2\gamma_1} & -\gamma_1 e^{-0,2\gamma_1} & \left. \frac{\partial}{\partial y} (\xi^\alpha) \right|_{y=0,2} & -\left. \frac{\partial}{\partial y} (\xi^{-(\alpha+1)}) \right|_{y=0,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \xi^\alpha & \xi^{-(\alpha+1)} & -e^{0,3\gamma_3} & -e^{-0,3\gamma_3} \\ 0 & 0 & \left. \frac{\partial}{\partial y} (\xi^\alpha) \right|_{y=0,3} & \left. \frac{\partial}{\partial y} (\xi^{-(\alpha+1)}) \right|_{y=0,3} & -\gamma_1 e^{0,3\gamma_3} & \gamma_1 e^{-0,3\gamma_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^\gamma & e^{-\gamma} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

$$[q] = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial(w)}{\partial y} \xi + \frac{\partial(\xi)}{\partial y} w + \frac{\partial(\eta)}{\partial y} - \frac{\partial(K_1)}{\partial y} \\ -w\xi - \eta + K_3 \\ -\frac{\partial(w)}{\partial y} \xi - \frac{\partial(\xi)}{\partial y} w - \frac{\partial(\eta)}{\partial y} + \frac{\partial(K_3)}{\partial y} \\ -K_3 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

#### 2.3.4. Coeficientes calibração método Shiono e Knight

Um dos principais desafios na aplicação do SKM é a calibração dos coeficientes de tal modo que vários autores como Knight (1999), Abril e Knight (2004), e Knight e Abril (1996) tentaram definir a relação entre coeficientes e recomendaram valores, para os parâmetros, para determinadas geometrias e características de escoamento.

Ao contrário de modelos unidimensionais o SKM é calibrado através de três coeficientes: o factor de resistência Darcy-Weisbach,  $f$ , a viscosidade turbulenta adimensional,  $\lambda$ , e termo das correntes secundárias,  $\Gamma$ . Estes três parâmetros de calibração são baseados em observações experimentais e resultados obtidos na instalação experimental instalada na Sience and Engineering Research Council Flood Channel Facility (SERC-FCF).

O factor de resistência Darcy-Weisbach representa a fricção causada pelo fundo, e pode ser obtido facilmente com recurso a equação de Colebrook-White como indicado por Shiono (2011), ou através de dados experimentais como utilizado por grande parte dos autores. A viscosidade turbulenta adimensional representa a mistura lateral que ocorre no canal, e toma geralmente o valor de 0,07 proposto por Ikeda (1981). Foi proposto por Knight (1999), a utilização dos seguintes valores de  $\lambda$  para a instalação experimental SERC-FCF.

$\lambda = 0,13$  para canais de secção livre;

$\lambda = 0,16$  para canais de zona trapezoidal;

$\lambda = 0,27$  para leitos de cheia lisos (SERC-FCF);

$\lambda = 0,22$  para leitos de cheia rugosos (SERC-FCF);

$\lambda = 0,067$  para extremidades do canal.

O termo das correntes secundárias é o parâmetro que implica maior dificuldade em quantificar. Os mecanismos de escoamento secundário não se encontram bem definidos, mas a correcta calibração de  $\Gamma$  é de extrema importância para a obtenção de resultados precisos para a tensão de arrastamento e velocidades médias. Abril e Knight (2004) propuseram a utilização dos seguintes valores para o termo das correntes secundárias a utilização de:

$\Gamma = 0,05gHS_0\rho$  para escoamentos apenas no leito principal;

$\Gamma = 0,15gH_{lp}S_0\rho$  para escoamentos no leito principal;

$\Gamma = -0,25gH_{lc}S_0\rho$  para escoamentos no leito de cheia.

## 2.4. PRINCIPAIS DESENVOLVIMENTOS NA APLICAÇÃO DO SKM

Vários estudos mostraram que o SKM consegue calcular com precisão a distribuição de velocidade média e de tensão de arrastamento, para um grande número de canais. Nesta secção vão ser revistos vários estudos utilizando várias geometrias de canais.

Shiono e Knight, realizaram muitos estudos para demonstrar que a sua abordagem, Método Shiono e Knight (SKM), consegue determinar com precisão tensões tangenciais e velocidades médias para canais com secção composta. Estes estudos incluem Shiono e Knight (1988, 1991), onde foi obtida a solução analítica, e Knight e Shiono (1990, 1996), onde foi obtida a solução numérica. Estes estudos focaram-se principalmente na demonstração da capacidade do método em simular escoamentos em canais com secção composta. Estudos mais recentes foram aplicados em canais simples, para provar a aplicabilidade do método para esta situação.

Knight e Abril (1996) e Abril e Knight (2002) aplicaram o SKM a dados experimentais utilizando  $\lambda = 0,13$  para toda a secção transversal e variando o valor de  $\Gamma$  para os vários painéis, adoptaram também outro processo de calibração em que mantiveram  $\lambda$  contante em 0,13 para todas as divisões e alteraram o valor de  $f$ , desprezando  $\Gamma$ . Neste último caso foi possível obter-se boas distribuições de velocidade mas não foi possível obter bons resultados para as distribuições transversais de velocidades.

Foi mostrado por Tang e Knight (2009) que o SKM pode ser aplicado para escoamentos no leito principal em canais simétricos. Este estudo inclui canais trapezoidais e canais em “forma de V” com paredes laterais verticais. Esta versão do SKM redefine  $\Gamma$  como uma distribuição linear:

$$\Gamma = \frac{\partial}{\partial y} [H(\rho UV)_d] = \frac{\partial}{\partial y} [\xi \psi] = \xi \frac{\partial \psi}{\partial y} + \psi \frac{\partial \xi}{\partial y} = \Gamma^* \xi + \psi \frac{\partial \xi}{\partial y} \quad (2.48)$$

Onde:

$$\psi = (\rho UV)_d \quad (2.49)$$

$$\Gamma^* = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial (\rho UV)_d}{\partial y} \quad (2.50)$$

De onde se pode concluir de (2.48) que para a solução com altura de água constante vem:

$$s = \infty \rightarrow \xi = H \rightarrow \Gamma = H \Gamma^* \quad (2.51)$$

Para a situação em que existe inclinação transversal obtém-se:.

$$\Gamma = \Gamma^* \xi + \psi \frac{\partial \xi}{\partial y} \quad (2.52)$$

Omran (2005) e Knight *et al.* (2007) mostraram ser possível calibrar o SKM para canais simples e de secção composta. Estes estudos demonstraram que é possível calibrar o SKM de modo a obter valores precisos para tensões tangenciais, mantendo  $\lambda$  constante no valor de 0,07, calculando  $f$  através de dados experimentais, e calibrando  $\Gamma$ . No entanto não foi explorado por Omran a relação entre  $\Gamma$  e a geometria do canal.

Tang e Knight (2009) e Knight *et al.* (2010) mostraram que é possível obter previsões precisas para canais de secção simples e composta parcialmente preenchida por vegetação. Adicionando um termo de força de arrastamento à RANS de modo a que seja contabilizado o efeito de vegetação, onde vem:

$$\rho \left[ \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} + \frac{\partial UW}{\partial z} \right] = \rho g S_0 + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} - F_v \quad (2.53)$$

Em que  $F_v$  é a força de arrastamento por unidade de volume de fluido, de modo que  $F_v$  é dado por (2.54).

$$F_v = \frac{1}{2} \rho (C_D \beta A_v) U^2 \quad (2.54)$$

Onde  $C_D$  é o coeficiente de arrastamento,  $\beta$  factor de forma para o tipo de vegetação, e  $A_v$  é a área projectada de vegetação no sentido de escoamento por unidade de volume de fluido. O efeito de bloqueio causado pela vegetação é tomado em consideração por meio de um termo de porosidade,  $\delta$ , que se relaciona pela densidade volumétrica da vegetação,  $\phi$ , pelo meio de  $\delta = 1 - \phi$ , em que  $\phi$  é a razão entre o volume de vegetação e o volume de escoamento. Utilizando as considerações tomadas por Shiono e Knight (1988 e 1991), definidas na secção 2.3.1, é possível obter a solução analítica para zonas da secção transversal com altura de água constante.

$$U_d = \sqrt{C_1 e^{\gamma y} + C_2 e^{-\gamma y} + k} \quad (2.55)$$

Onde,

$$\gamma = \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left( \frac{f}{8} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{H} \sqrt{\frac{f}{8} + \left( \frac{H}{2\delta} \right) C_D \beta A_V}} \quad (2.56)$$

$$k = \frac{g S_0 H - \Gamma / \rho}{f / 8 + 1 / (2\delta) C_D \beta A_V} \quad (2.57)$$

Nestes estudos não foi considerada a existência de vegetação em painéis com inclinação transversal, de modo a que a solução analítica utilizada é igual à apresentada na secção 2.3.1.



### 3. DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS SIMULADOS E DA APLICAÇÃO DO SKM

#### 3.1. GENERALIDADES

No presente capítulo encontra-se descrita as considerações tomadas na aplicação do SKM aos vários escoamentos e estudos no presente trabalho, e as características do LNEC-CVC. A instalação experimental LNEC-CVC, é um canal de secção composta com um leito principal e dois leitos de cheia, como se encontra apresentado na Figura 10.

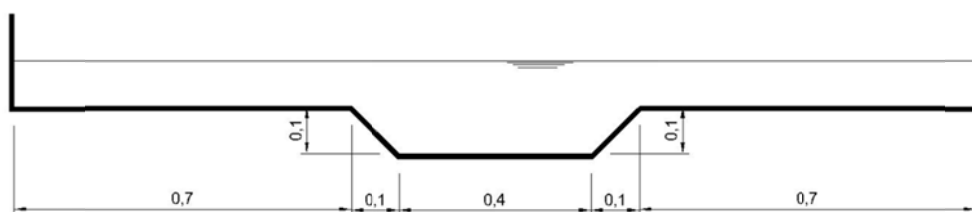


Figura 10 – Secção transversal LNEC-CVC

Esta instalação experimental tem a capacidade de injectar caudais separadamente para o LP e os LC permitindo obter um regime uniforme sem necessidade de um canal de grande comprimento (Bousmar *et al.* 2005; Fernandes *et al.* 2011). Todos os dados experimentais, no presente trabalho foram obtidos por Pinto (2010), Teixeira (2011), Massa (2011), e Fernandes *et al.* (2011) foram medidos no ponto X7500 que se encontra a 7,5 m da origem para garantir o regime uniforme, necessário para a aplicação do SKM. As localizações das secções onde foram efectuadas as medições encontram-se apresentadas na Figura 11.

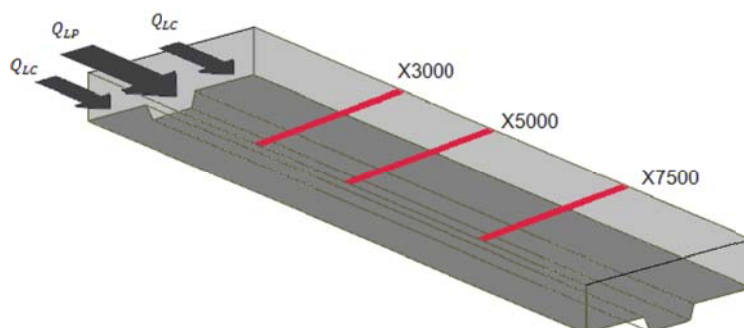


Figura 11 – Esquematização das secções do canal (adaptado de Massa, 2011)

Nesta dissertação foram estudados oito tipos de escoamento, seis em regime uniforme com fundos lisos, e dois nos quais em regime uniforme com o LP com fundo liso e o LC com fundo rugoso. Os dados das injeções de caudais e alturas de escoamento encontram-se apresentados nas Tabelas 1 e 2.

Tabela 1 – Dados escoamentos em regime uniforme, fundos lisos

$Q_{lc\ esq}$ (l/s)	$Q_{LP}$ (l/s)	$Q_{lc\ dir}$ (l/s)	$H$ (m)	$H_{LC}$ (m)	$hr$
1,52	35,13	1,56	0,11	0,01	0,11
3,32	38,55	3,32	0,12	0,02	0,15
5,68	42,63	5,42	0,12	0,02	0,19
8,08	47,02	8,28	0,13	0,03	0,24
13,14	55,53	13,09	0,14	0,04	0,30
19,70	70,18	19,40	0,16	0,06	0,38

Tabela 2 – Dados escoamentos em regime uniforme, LP fundo liso , LC fundo rugoso

$Q_{lc\ esq}$ (l/s)	$Q_{LP}$ (l/s)	$Q_{lc\ dir}$ (l/s)	$H$ (m)	$H_{LC}$ (m)	$hr$
1,79	35,16	1,94	0,12	0,02	0,16
8,44	39,45	8,20	0,15	0,05	0,31

Na aplicação do SKM foram utilizados, em conjunto com os valores generalizados para garantir que o SKM era facilmente aplicável a várias condições de escoamento, as considerações tomadas estão apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Considerações gerais canal CVC

$S_0$ (m/m )	0,011
$v$ (m <sup>2</sup> /s)	$1 \times 10^{-6}$
$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	1000
$g$ (m/s <sup>2</sup> )	9,81

O factor de resistência Darcy-Weisbach considerado no presente estudo foi obtido através da equação de Colebrooke-White, recomendada para a aplicação do SKM por Shiono (2011). Optou-se pela utilização da equação de Colebrooke-White por ser uma equação expedita, e para garantir a aplicabilidade prática do SKM sem recorrer a grandes estudos experimentais. A equação de Colebrooke-White escreve-se:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{3.02}{\text{Re}^* \sqrt{f}} + \frac{k_s}{12.3H} \right) \quad (3.1)$$

Considerando que:

$$u_* = \sqrt{gHS_0} \quad (3.2)$$

$$f = \frac{8u_*^2}{U_d^2} \quad (3.3)$$

Onde substituindo 3.2 e 3.3 em 3.1 e reorganizando, obtém-se :

$$f = \frac{1}{\left[ -2 \log \left( \frac{3.02\nu}{\sqrt{128gH^3S_0}} + \frac{k_s}{12.3H} \right) \right]^2} \quad (3.4)$$

Utilizando a equação 3.4 é possível obter facilmente uma boa aproximação para o valor de  $f$ , sendo necessário apenas conhecer a altura de água,  $H$ , a inclinação do fundo do canal,  $S_0$ , o valor de rugosidade absoluta e a viscosidade cinemática,  $\nu$ . O valor de  $k_s$  foi calculado utilizando uma expressão aproximada, (Sturm, 2001), que relaciona o coeficiente de Manning,  $n$ , com a rugosidade absoluta. Pinto (2010) concluiu que esta expressão obteve melhores resultados para o LNEC-CVC.

$$k_s = \left( \frac{n}{0,0391} \right)^6 \quad (3.5)$$

Para averiguar que o modelo seja aplicável em várias situações sem que seja necessário um grande estudo experimental para a sua aplicação recorreu-se a valores correntemente utilizados para várias grandezas hidráulicas. Nas soluções do presente estudo, nos painéis com inclinação transversal, foi utilizado como referência o procedimento proposto por Shiono e Knight (1991), que consiste na adopção do valor médio do factor de resistência dos painéis adjacentes.

O algoritmo do SKM foi implementado com recurso ao *software* Matlab 2010a. Utilizou-se dois modelos de divisão lateral, um com divisão em 3 zonas que se encontra explicado na secção 2.3, e outro com 4 zonas que se encontra explicado na secção 3.1.

Devido às várias simulações realizadas foi necessário utilizar um método para medir a qualidade do ajuste das simulações analíticas aos dados experimentais. Para tal recorreu-se ao factor de determinação,  $R^2$ . Para uma regressão o factor de determinação é a medida estatística que mede quão bem a solução analítica aproxima os pontos aos dados reais. Um valor de  $R^2$  de 1 indica que os dados simulados aproximam perfeitamente os dados experimentais.

Os valores de  $R^2$  variam entre 0 e 1, sendo quando mais próximo de 1, for o valor o valor de  $R^2$ , melhor é a aproximação em estudo. O coeficiente de determinação  $R^2$  encontra-se definido pela Equação 3.6.

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{err}}{SS_{tot}} \quad (3.6)$$

Onde  $SS_{err}$  é soma dos quadrados dos resíduos e  $SS_{tot}$  é a soma total dos quadrados. Considerando que  $l_i$  os valores de uma série de dados real,  $\bar{l}$  a sua média,  $m_i$  os valores dados pela regressão e  $n$  o numero de medições. Então  $SS_{err}$  e  $SS_{tot}$  definem-se por 3.7 e 3.8 respectivamente

$$SS_{err} = \sum_{i=1}^n (l_i - \bar{y})^2 \quad (3.7)$$

$$SS_{tot} = \sum_{i=1}^n (l_i - m_i)^2 \quad (3.8)$$

### 3.2. APLICAÇÃO DO MODELO SKM COM DIVISÃO EM QUATRO REGIÕES

Como o canal da instalação experimental estudado no presente trabalho apresenta simetria, o modelo de SKM utilizado apenas considerou metade do canal em que foi considerada a existência de quatro painéis. Estudos anteriores realizados por Knight *et al.* (2007) e Omran (2005) referenciam que a utilização de um modelo com maior número de painéis, com correcta divisão das zonas, conduz a resultados mais precisos. Optou-se pela divisão do LC em dois painéis a meio da sua largura (Figura 12).

Segundo Knight *et al.* (2007), um aumento de divisões com o intuito de aumentar a precisão deverá ser feita no centro das células de escoamento secundário, pois o sinal do termo das correntes secundárias poderá alterar-se nesse ponto. Shiono e Knight (1991) por observação dos dados

experimentais concluíram que para os LC da instalação experimental SERF-FCF existia apenas uma célula de escoamento secundário que se desenvolvia ao longo desta. Com estas considerações colocou-se uma divisão ao centro do LC do LNEC-CVC, com o intuito de aumentar a precisão do modelo SKM a ser estudado. A obtenção da solução analítica para esta situação é efectuada através do método apresentado em 2.3.1.

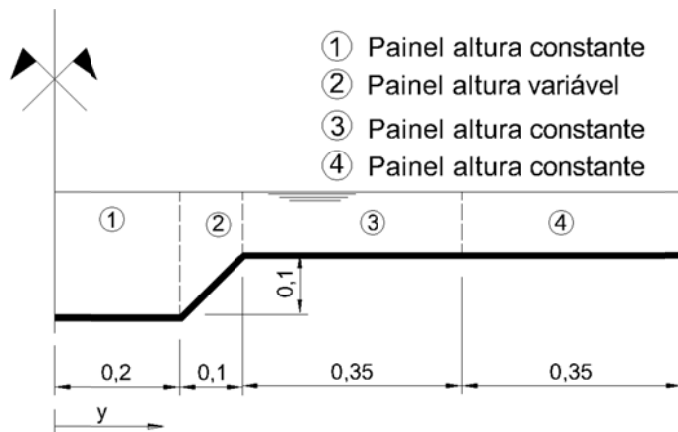


Figura 12 – Divisão lateral do Canal LNEC-CVC em quatro painéis considerando simetria



## 4. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE AOS PARÂMETROS DO SKM

### 4.1. GENERALIDADES

No presente capítulo foi estudada a influência dos parâmetros de calibração do SKM na solução analítica para distribuições de velocidades. Um dos principais desafios na aplicação do SKM com o intuito de prever a distribuição transversal de velocidades é a calibração do modelo. Para calibrar o SKM eficientemente e correctamente é importante que seja conhecida a influência relativa de cada parâmetro,  $(\lambda, f, \Gamma)$ , e sua variação expectável ao longo do canal. O termo das correntes secundárias e a viscosidade turbulenta adimensional são os termos que apresentam maior dificuldade na calibração. O factor de resistência Darcy-Weisbach pode por sua vez ser problemático na aplicação em zonas com inclinação transversal. Neste capítulo foram utilizados os dados experimentais obtidos por Teixeira (2011), para a instalação experimental LNEC-CVC, para a altura relativa,  $h_r = 0,3$ . O coeficiente de Manning,  $n$ , utilizado para esta situação é de  $0,00926 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$  para toda a secção já que apresenta rugosidade homogénea. Na análise de sensibilidade foi utilizado o modelo SKM considerando simetria e divisão do canal em três divisões (Figura 9) apresentado na secção 2.3.2. Aplicando a equação de Colebrook-White, definida na Equação (3.4), com o intuito de obter aproximações para  $f$ , para esta altura relativa obteve-se os valores apresentados na Tabela 4. No painel com inclinação transversal, painel 2, foi utilizado a média dos valores de  $f$  entre os painéis adjacentes.

Tabela 4 – Factores de resistência Darcy-Weisbach,  $h_r=0,3$ , fundo liso

$f_1$	$f_2$	$f_3$
0,0171	0,0208	0,0245

Foram estudados diversos valores para os três parâmetros de calibração para cada um dos três painéis do modelo analítico. Foram tomados como referência os valores recomendados por Knight (1999) e Abril e Knight (2004). Para possibilitar o isolamento do efeito de cada parâmetro em cada um dos painéis, cada parâmetro foi alterado individualmente enquanto os restantes se mantinham constantes nos valores de referência.

#### 4.2. VISCOSIDADE TURBULENTA ADIMENSIONAL, $\lambda$

A viscosidade turbulenta adimensional,  $\lambda$ , traduz a turbulência da camada de mistura e relaciona-se com o gradiente  $\partial U_d / \partial y$  e  $H$ . Como as tensões de Reynolds podem escrever-se da seguinte forma:

$$\left( \tau_{yx} \right)_d = \rho \lambda u_* H \frac{\partial U_d}{\partial y} \quad (4.1)$$

Com isto em consideração, tem sentido que  $\lambda$  seja menor nas zonas em que existam elevados gradientes como o caso da zona de transição entre o LP e o LC. Como existe uma diferença na altura de água é natural que no LP apresento um valor mais baixo que no LC.

Para uma primeira abordagem foi verificada a influência do parâmetro  $\lambda$  no painel 1 do modelo com 3 divisões laterais. Para os restantes parâmetros de calibração foram utilizados os valores recomendados por Knight (1999) para a  $\lambda$  e Abril e Knight (2004) para  $\Gamma$ , que se encontram apresentados na secção 2.3.4.

No painel 1 foram estudados três valores de  $\lambda$ , 0,07 que foi proposto por Knight et al (2007) e Omran (2005), 0,13 que foi recomendado por Knight (1999), e 0,5 que foi o valor máximo considerado para  $\lambda$  por Knight (1999). Aplicando estes três valores de  $\lambda$  consegue-se obter as distribuições laterais de  $U_d$  apresentadas na Figura 13. Observando a Figura 13 é visível que para esta situação um valor mais alto de  $\lambda$  conduz a velocidades inferiores no painel 1 e 2. Os valores de  $\lambda_1 = 0,13$  e  $\lambda_1 = 0,5$  subestimam as velocidades médias em profundidade para o LP, principalmente  $\lambda_1 = 0,5$  que se afasta muito dos dados experimentais. A qualidade das aproximações estudadas foi analisada utilizando o factor de determinação,  $R^2$ . As aproximações  $\lambda_1 = 0,07$ ,  $\lambda_1 = 0,13$ , e  $\lambda_1 = 0,5$  tem um valor  $R^2$  de 0,955, 0,940 e 0,699, obtendo assim o valor de  $\lambda_1 = 0,07$  conduz ao melhor resultado para estas condições de escoamento. Refere-se ainda que o valor de  $\lambda_1$  influencia a distribuição no painel adjacente, devido às condições na interface entre os painéis 1 e 2. Porém, a influência no painel 3 é pequena e só se faz sentir para o valor mais elevado  $\lambda_1 = 0,5$ .

Procedendo-se à mesma análise para o painel 2, que possui inclinação transversal linear, foram estudados os valores  $\lambda_2 = 0,07$ , com o qual é possível proceder-se à calibração do SKM como mostrado por diversos autores,  $\lambda_2 = 0,16$  que é o valor recomendado por Knight (1999), e  $\lambda_2 = 0,50$  que é o valor máximo para  $\lambda$  segundo Knight (1999). As estimativas de distribuições laterais de  $U_d$  que o SKM prevê, com estes conjuntos de calibração, estão apresentadas na Figura 14. Ao contrário do que acontece no caso do painel 1 um aumento do valor de  $\lambda$  conduziu a um aumento de  $U_d$  no painel 1 e 2, e também no painel 3 na ligação com o painel 2. A distribuição que considera  $\lambda_2 = 0,07$  apresenta os valores de  $U_d$  inferiores aos experimentais, enquanto que a distribuição com  $\lambda_2 = 0,5$  sobrestima  $U_d$  no painel 2. Com o valor  $\lambda_2 = 0,16$  a distribuição lateral de  $U_d$  apresenta



valores inferiores aos registados experimentalmente para o painel 1, mas é o que apresenta melhores resultados para o painel 2 e 3. Comparando as aproximações com  $\lambda_2 = 0,07$ ,  $\lambda_2 = 0,16$  e  $\lambda_2 = 0,50$  tiveram um valor  $R^2$  de 0,87, 0,94 e 0,93 respectivamente, o que torna o valor recomendado por Knight (1999) o para o escoamento testado. A variação de  $\lambda_2$  afecta a distribuição de  $U_d$  em ambos painéis adjacentes.

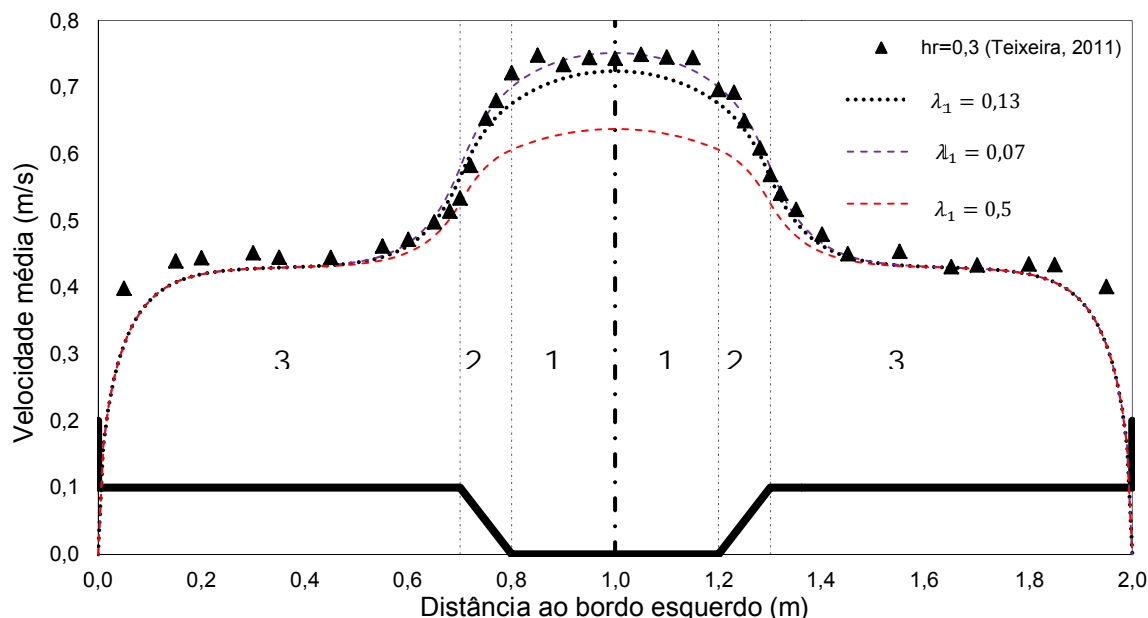


Figura 13 - Aplicação do SKM para  $hr=0,3$  com fundo liso ( $\lambda_2 = 0,16$ ;  $\lambda_3 = 0,27$ ;  $\Gamma_1 = 0,15\rho HgS_0$ ;  $\Gamma_2 = 0$ ;  $\Gamma_3 = -0,25\rho HgS_0$ )

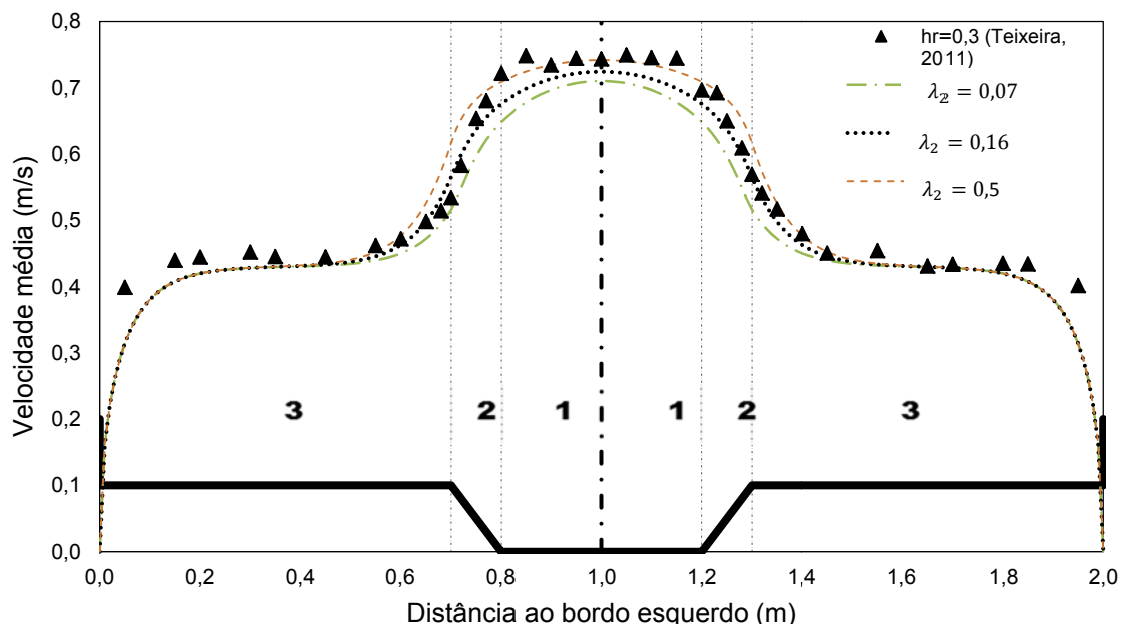


Figura 14 - Aplicação do SKM,  $hr=0,3$ , fundo liso ( $\lambda_1 = 0,13$ ;  $\lambda_3 = 0,27$ ;  $\Gamma_1 = 0,15\rho HgS_0$ ;  $\Gamma_2 = 0$ ;  $\Gamma_3 = -0,25\rho HgS_0$ )

No estudo da influência de  $\lambda$  do painel 3 foram testados os valores de  $\lambda_3$  0,07, 0,27, e 0,5 que correspondem, respectivamente, ao valor que é recomendado por Knight (1999) para as extremidades do canal, o valor recomendado por Knight (1999) para leitos de cheia lisos no SERF-FCF, e o valor indicado por Knight (1999) como sendo o valor máximo corrente para  $\lambda$ . As estimativas de distribuições laterais de  $U_d$  que o SKM prevê, com estes conjuntos de calibração, estão apresentadas na Figura 15. As distribuições laterais de  $U_d$  com o parâmetro  $\lambda_3$  de 0,07, 0,27 e 0,5 tem um factor de determinação de 0,94, 0,94 e 0,91, respectivamente. Tanto a utilização do valor de 0,07 como o 0,27 conduziram a aproximações com o mesmo grau de rigor, apesar de ambas se afastarem dos dados experimentarem em pontos diferentes, a utilização de 0,07 tem uma aproximação muito boa na extremidade do canal enquanto que a ligação com o leito principal afasta-se dos dados experimentais o inverso ocorre com o valor de 0,27. Neste painel o aumento de  $\lambda$  leva a transições de  $U_d$  entre painéis mais suaves. A alteração do valor de  $\lambda_3$  tem pouca influência no painel 2 e nenhuma no painel 1.

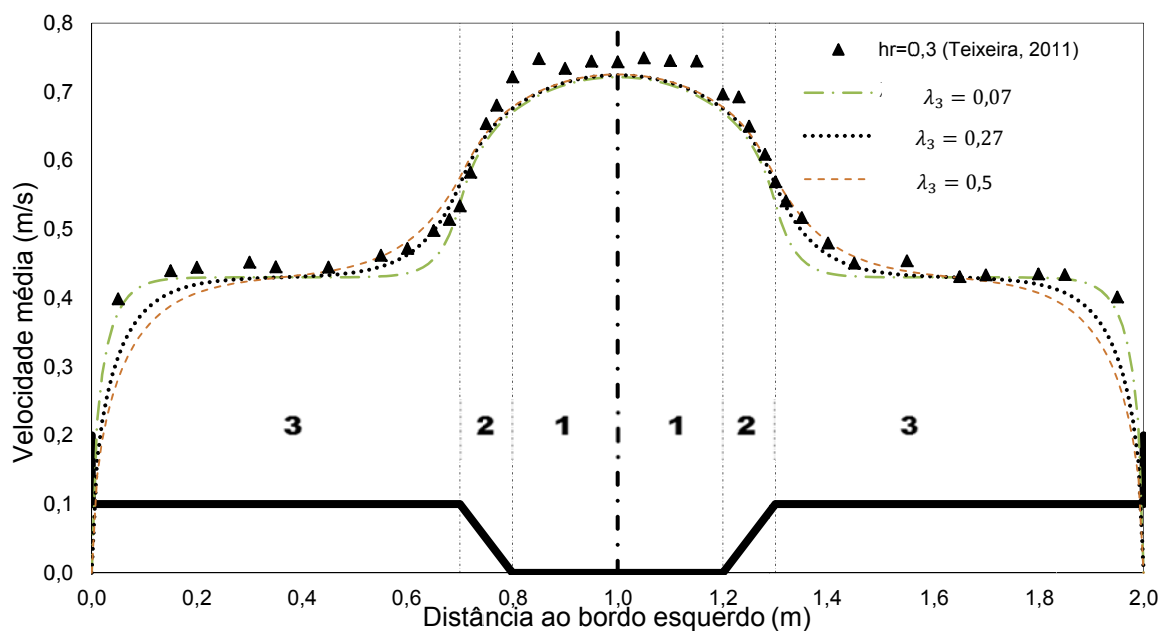


Figura 15 - Aplicação do SKM,  $hr=0,3$ , fundo liso ( $\lambda_1 = 0,13$ ;  $\lambda_2 = 0,16$ ;  $\Gamma_1 = 0,15\rho HgS_0$ ;  $\Gamma_2 = 0$ ;  $\Gamma_3 = -0,25\rho HgS_0$ )

O parâmetro  $\lambda$  encontra-se definido na Equação (2.19), e é por meio dele que o modelo SKM contabiliza as tensões laterais e camadas de mistura. Deste modo conclui-se que para um valor superior de  $\lambda$ ,  $U_d$  aumenta se os valores de  $U_d$  do painel adjacente forem superiores e diminui se os valores de  $U_d$  do painel adjacente forem inferiores aos registados neste painel.

Da análise efectuada constata-se que o valor de  $\lambda$  tem grande influencia na forma do perfil transversal de  $U_d$ , especialmente nas zonas de maiores gradientes de velocidades. Dado que o valor de  $\lambda$  de um painel tem influência no painel adjacente, a existência de três painéis dificulta a interpretação da calibração, pois os valores de  $\lambda_1, \lambda_2$  e  $\lambda_3$  são dependentes entre si, *i.e.*, para um dado  $\lambda_1$  pode-se encontrar os  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$  que melhor ajustam a solução aos dados. Porém, para outro valor de  $\lambda_1$  podem-se encontrar outros valores de  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$  que permitem um ajuste melhor.

### **4.3. FACTOR DE RESISTÊNCIA DARCY-WEISBACH, $f$**

O factor de resistência Darcy-Weisbach representa a resistência do fundo, é normal que esta resistência seja menor no LP,  $f_1$ , seja inferior ao valor  $f_3$  dos LC, dado que a altura de água nos LC é muito inferior o que se traduz por um factor de resistência maior. Nestes estudos alterou-se  $f_2$  enquanto os restantes valores mantiveram-se nos recomendados por Knight (1999) e por Abril e Knight (2004), que se encontra apresentado na secção 2.3.4.

Utilizando a equação de Colebrook-White, definida na Equação (3.4), é possível obter aproximações de  $f$  bastante precisas. A utilização deste valor é simples nas regiões de altura constante,  $H$ . Para o caso em que existe inclinação transversal foram estudados quatro alternativas. Shiono e Knight (1991) utilizaram o valor de  $f$  médio entre os dois painéis adjacentes, Shiono (2011) utilizou o valor de  $f$  igual ao utilizado no LC. No presente capítulo além destes dois casos foi estudado  $f$  com progressão linear entre os valores dos painéis adjacentes, definido em (4.2), e  $f$  pela equação de Colebrook-White considerando  $H$  variável ao longo do painel. Na Figura 16 pode-se observar a progressão das várias hipóteses para o factor de resistência Darcy-Weisbach.

$$f_2 = f_1 + \frac{(f_1 - f_3)}{(b - y_3)}(y - b) \quad (4.2)$$

Em que  $b$  é a largura do painel 1 e  $y_3$  é a distancia do eixo de simetria ao inicio do painel 3.

As distribuições laterais de  $U_d$ , estimadas através do SKM, para estes casos de estudo são apresentadas na Figura 17. É visível que a alteração de  $f_2$  tem grande influência nos valores de  $U_d$  no LP. As distribuições de velocidades utilizando o parâmetro  $f_2$  médio, linear, igual ao valor do painel 3 e calculado pela equação de Colebrook-White tiveram factores de determinação de. Respectivamente, 0,94, 0,74, 0,91, 0,90, o que indica que a melhor aproximação é obtida utilizando o valor médio entre painéis adjacentes. A alternativa da progressão linear do valor de  $f_2$  teve grandes influencias nos resultados obtidos para o LP, conduzindo a valores de  $U_d$  demasiado pequenos.

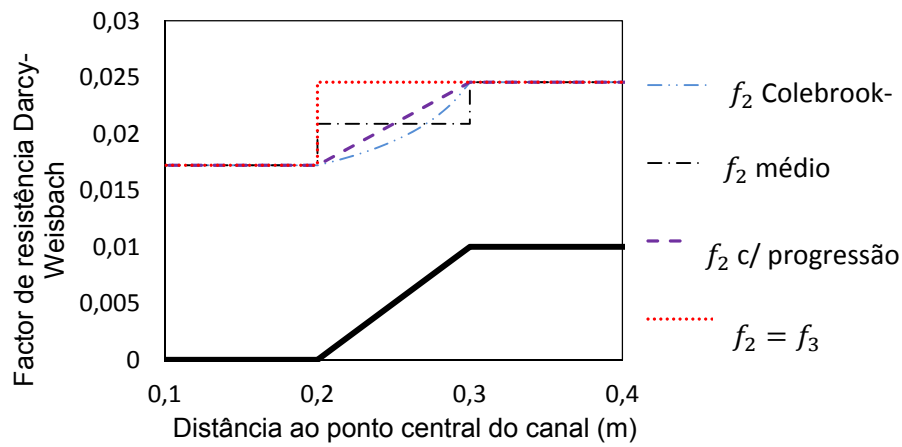


Figura 16 – Progressão do factor de resistência Darcy-Weisbach,  $hr=0,3$ , fundo liso

Os vários parâmetros utilizados apresentaram bons resultados em conjunto com os outros parâmetros utilizados, com excepção para o  $f$  com progressão linear. Para o cálculo das distribuições de velocidade para painéis com inclinação transversal para a geometria estudada, o factor de resistência que apresentou melhores resultados foi o valor médio dos factores de resistência adjacentes, como utilizado por Shiono e Knight (1991). Apresenta uma distribuição que enquadra melhor com os valores experimentais, tendo obtido valores de factor de determinação superiores. Mas outras combinações de parâmetros e os valores de  $f_2$  como o obtido através da equação de Colebrook-White e ou considerando  $f_2 = f_3$  podem obter melhores resultados.

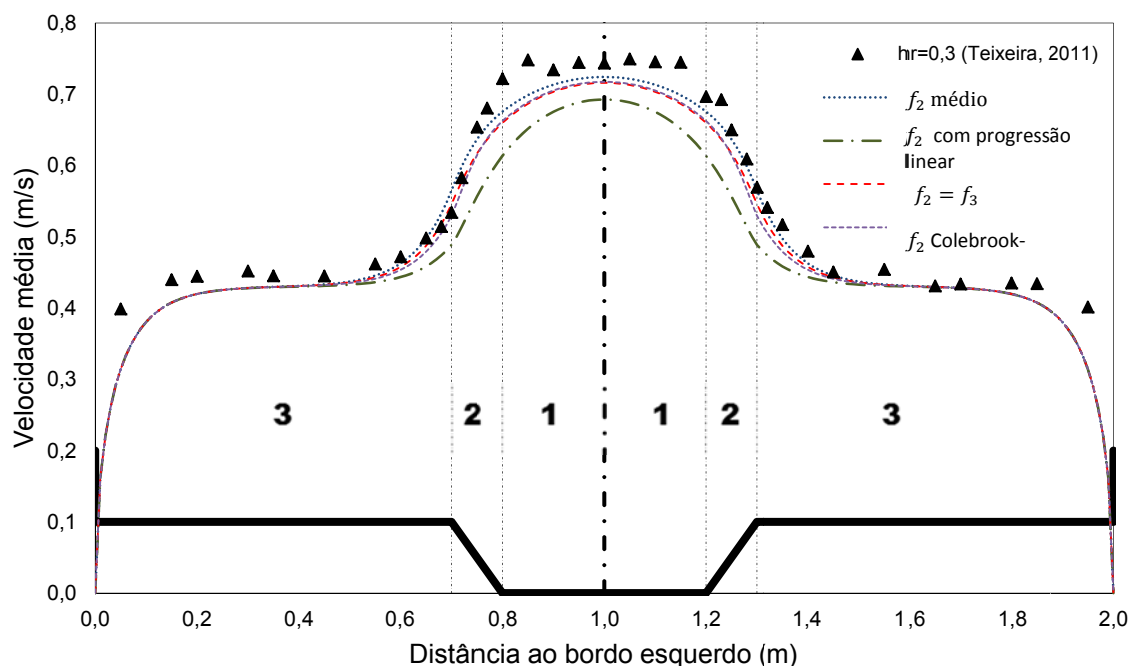


Figura 17 - Aplicação do SKM,  $hr=0,3$ , fundo liso ( $\lambda_1 = 0,13$ ;  $\lambda_2 = 0,16$ ;  $\lambda_3 = 0,27$ ;  $\Gamma_1 = 0,15\rho HgS_0$ ;  $\Gamma_2 = 0$ ;  $\Gamma_3 = -0,25\rho HgS_0$ )

#### 4.4. TERMO DAS CORRENTES SECUNDÁRIAS, $\Gamma$

O termo das correntes secundárias é método com que as células de escoamento secundário foram incorporadas no SKM. O facto das células de escoamento secundário não se encontram bem definidas, torna o processo de calibração de  $\Gamma$  mais difícil. Knight *et al.* (2007) indicou este parâmetro como o que apresenta um maior desafio na sua calibração. O termo das correntes secundárias encontra-se definido pela Equação (2.9). Shiono e Knight (1991) observaram através de dados experimentais, obtidos na instalação experimental SERF-FCF, que a parcela  $(\rho UV)_d$ , apresenta um valor máximo na interacção entre o LP e o LC e vai decrescendo de um modo quase linear ao longo do LC. Este fenómeno indica a existência de apenas uma célula de escoamento secundário no LC. No LP a parcela  $(\rho UV)_d$ , apresenta uma distribuição mais complexa, mostrando a existência de várias células de escoamento secundário como comprovado por Knight *et al.* (2007). O sinal adoptado para  $\Gamma$  traduz o sentido de rotação da célula de escoamento secundário.

Na análise da influência de  $\Gamma$  do painel 1, estudaram-se três alternativas com base dos valores recomendados por Abril e Knight (2004). Foram estudados os seguintes casos:

$$\Gamma_1 = 0,3HgS_0\rho \quad (4.3)$$

$$\Gamma_1 = 0,15HgS_0\rho \quad (4.4)$$

$$\Gamma_1 = 0,05HgS_0\rho \quad (4.5)$$

O valor de (4.4) é o recomendado por Abril e Knight (2004), (4.3) e (4.5) são um aumento e diminuição em relação a (4.4) com o intuito de se compreender a alteração da distribuição de velocidades médias que a alteração deste parâmetro implica. Para se garantir uma boa generalização este parâmetro depende da altura de água e da inclinação longitudinal do fundo do canal. As distribuições laterais de  $U_d$  que foram obtidas através do SKM, para este conjunto de parâmetros, encontram-se apresentadas na Figura 18. Nessa figura é observável que a redução do valor de  $\Gamma_1$  conduz a um aumento das velocidades médias em profundidade para a região do LP, existe também uma ligeira alteração em  $U_d$  no painel 3, mas no painel 3 a sua influência é desprezável. Para estes valores de  $\Gamma_1$  estudados,  $0,3\rho HgS_0$ ,  $0,15\rho HgS_0$ ,  $0,05\rho HgS_0$  as distribuições de velocidades médias, obtidas através do SKM, têm um factor de determinação de 0,81, 0,94, 0,95, respectivamente.

Para o painel 2 existe uma grande incerteza no valor de  $\Gamma$ , devido às várias células de escoamento secundário que se desenvolvem nessa região, foram estudadas cinco situações em que  $\Gamma_2$  tomou os valores de -0,5, -0,2, 0, 0,2, 0,5. Como nesta região as células de escoamento secundário não se encontram bem definidas, podendo existir células com sentido inverso, foram considerados valores positivos e negativos de  $\Gamma$  para não excluir essa hipótese. Considerando estes valores simples pretende-se observar eficazmente a influência deste parâmetro na calibração deste modelo. As distribuições laterais de  $U_d$  obtidas através da aplicação do SKM, considerando estes conjuntos de parâmetros, encontram-se apresentadas na Figura 19.

Na Figura 19 é observável que a diminuição do valor de  $\Gamma_2$  conduz a um aumento das velocidades médias no LP e no LC na zona de interface. As distribuições laterais de  $U_d$  onde  $\Gamma_2$  toma o valor de -0,5, -0,2, 0, 0,2, e 0,5 apresentaram um factor de determinação de 0,93, 0,95, 0,94, 0,91, e 0,84, respectivamente. Saliente-se que o valor de  $\Gamma_2$  influencia significativamente os valores  $U_d$ , não só no painel 2 como também nos outros dois painéis adjacentes.

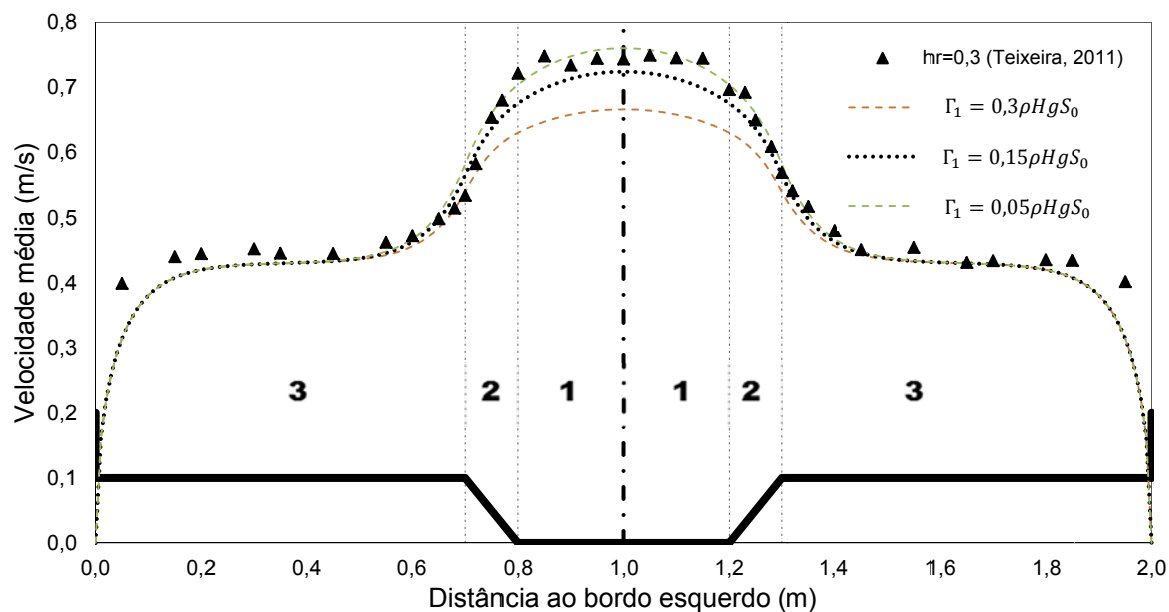


Figura 18 - Aplicação do SKM,  $hr=0,3$  com fundo liso ( $\lambda_1 = 0,13$ ;  $\lambda_2 = 0,16$ ;  $\lambda_3 = 0,27$ ;  $\Gamma_2 = 0$ ;  $\Gamma_3 = -0,25\rho HgS_0$ )

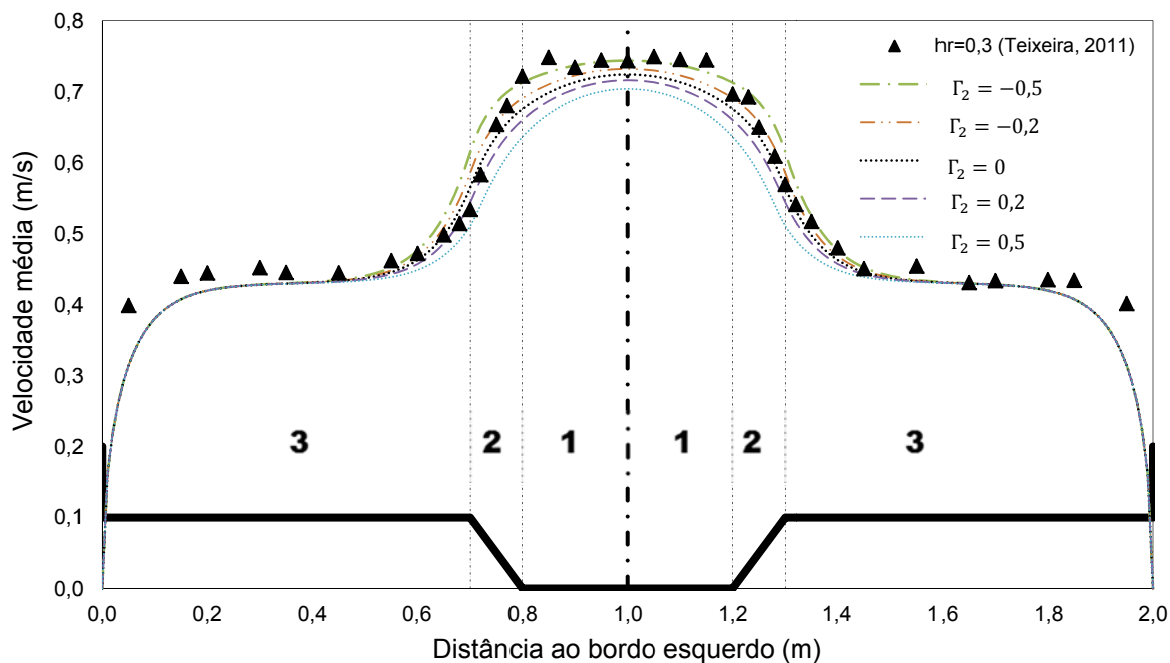


Figura 19 - Aplicação do SKM,  $hr=0,3$  com fundo liso ( $\lambda_1 = 0,13$ ;  $\lambda_2 = 0,16$ ;  $\lambda_3 = 0,27$ ;  $\Gamma_1 = 0,15\rho HgS_0$ ;  $\Gamma_3 = -0,25\rho HgS_0$ )

Na análise da influência relativa de  $\Gamma$  para a região correspondente ao painel 3 considerou-se a aplicação de quatro valores diferentes de  $\Gamma_3$  apresentados nas Equações 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9.

$$\Gamma_3 = 0,25H_{LC}gS_0\rho \quad (4.6)$$

$$\Gamma_3 = -0,15H_{LC}gS_0\rho \quad (4.7)$$

$$\Gamma_3 = -0,25H_{LC}gS_0\rho \quad (4.8)$$

$$\Gamma_3 = -0,4H_{LC}gS_0\rho \quad (4.9)$$

O valor de  $\Gamma_3$  apresentado na Equação (4.8) é o recomendado por Abril e Knight (2004), em (4.7) e (4.9) reduziu-se e aumentou-se, respectivamente, o valor em relação ao valor recomendado para se observar a influência causada na distribuições de velocidades com a alteração deste parâmetro, foi também estudado 4.5 para a compreensão dos efeitos da utilização de um valor com sinal positivo para este painel. As distribuições de velocidades médias em profundidade para estes casos de estudo estão apresentadas na Figura 20.

A redução de  $\Gamma$  no painel 3 levou a um aumento das velocidades médias em profundidade, como é observável na Figura 20, no painel 2 também é visível uma pequena influência da alteração deste parâmetro mas é desprezável. Para os valores de  $\Gamma_3$  estudados,  $0,25\rho HgS_0$ ,  $-0,15\rho HgS_0$ ,  $-0,25\rho HgS_0$  e  $-0,4\rho HgS_0$  as distribuições de velocidades médias, obtidas através do SKM, têm um factor de determinação de 0,59, 0,91, 0,94, e 0,95, respectivamente.

Após estudo da influência do termo das correntes secundárias no modelo SKM concluiu-se que um aumento do termo das correntes secundárias conduz a reduções nos valores da velocidade média em profundidade, sendo também o oposto válido. Este parâmetro é considerado por vários autores como o parâmetro mais importante para calibração do SKM sendo-lhe atribuída principal importância por Knight *et al.* (2007), que demonstra que com uma divisão do canal em pontos-chave se consegue uma correcta distribuição de velocidades alterando apenas o parâmetro  $\Gamma$ .



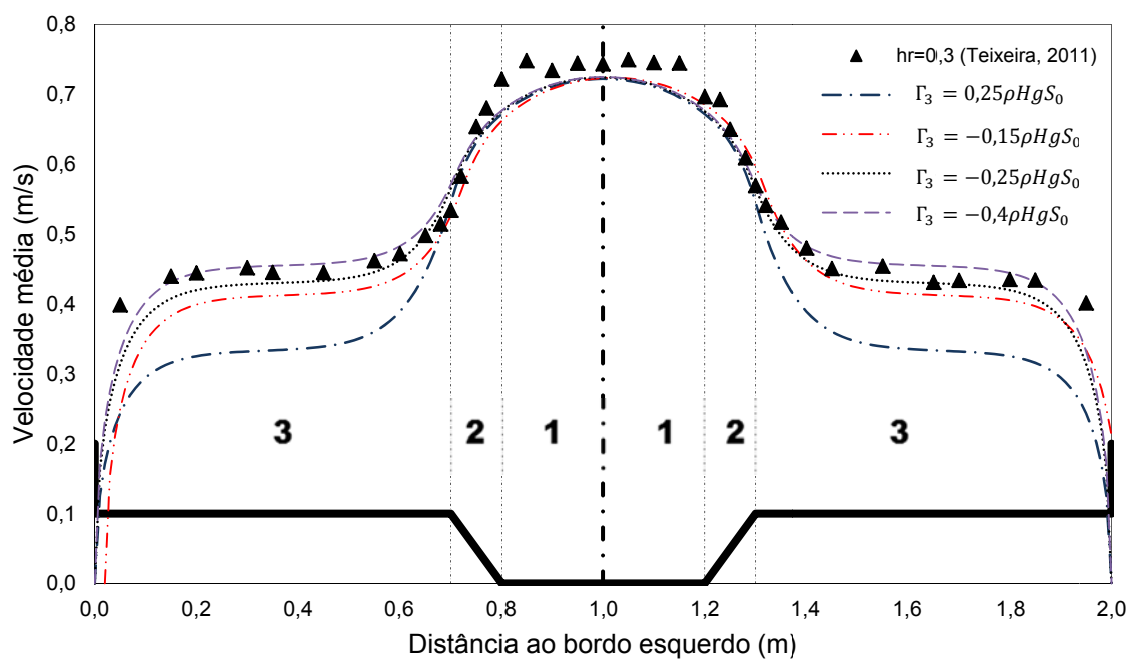


Figura 20 - Aplicação do SKM,  $hr=0,3$  com fundo liso ( $\lambda_1 = 0,13$ ;  $\lambda_2 = 0,16$ ;  $\lambda_3 = 0,27$ ;  $\Gamma_1 = 0,15\rho HgS_0$ ;  $\Gamma_2 = 0$ )



## 5. ESTUDO DA DIVISÃO DO CANAL PARA APLICAÇÃO SKM

No presente capítulo realizou-se um estudo sobre a divisão do canal da instalação experimental LNEC-CVC. Como foi referido por Knight *et. al.* (2007) um aumento do número de painéis no canal pode conduzir a uma melhor definição das células de correntes secundárias que pode levar que seja possível manter  $\lambda$  num valor de fixo de 0,07 eliminando assim a necessidade de calibração deste parâmetro de calibração. Omran (2005) concluiu que o recurso a um aumento do número de painéis em 50% para a instalação SERF-FCF conduziu a um aumento de precisão dos resultados.

Para este estudo recorreu-se aos dados experimentais obtidos por Pinto (2010), na instalação LNEC-CVC com uma altura relativa  $hr = 0,2$ .

Como indicado no capítulo 3 estudaram-se dois modelos ambos considerando simetria do canal um com três painéis e outro com quatro painéis. Como é expectável o modelo com quatro painéis apresenta maior dificuldade para calibração devido a introdução de mais parâmetros de calibração. As duas divisões do canal consideradas encontram-se apresentadas nas Figuras 9 e 12.

Utilizando para uma abordagem inicial os valores recomendados por Knight (1999) para a viscosidade turbulenta adimensional,  $\lambda$ , e por Abril e Knight (2004) para o termo das correntes secundárias,  $\Gamma$ , obteve-se as distribuições de velocidades apresentadas na Figura 21. Neste caso com os mesmos parâmetros de calibração o modelo de quatro painéis não teve qualquer vantagem em relação ao modelo mais simples com três painéis. Os parâmetros utilizados para os dois modelos SKM encontram-se apresentados na Tabela 5 enquanto as distribuições de velocidades médias em profundidade encontram-se apresentadas na Figura 21. Para esta situação resultados obtidos utilizando os dois são coincidentes, ambas as distribuições obtiveram um factor de determinação,  $R^2$ , de 0,963.

Tabela 5 - Parâmetros utilizados para estudo da divisão de canais

	Painel			
	1	2	3	4
$\lambda$ Modelo 3 painéis	0,07	0,16	0,27	---
$\Gamma$ Modelo 3 painéis	$0,15\rho H g S_0$	0	$-0,25\rho H g S_0$	---
$\lambda$ Modelo 4 painéis	0,07	0,16	0,27	0,27
$\Gamma$ Modelo 4 painéis	$0,15\rho H g S_0$	0	$-0,25\rho H g S_0$	$-0,25\rho H g S_0$

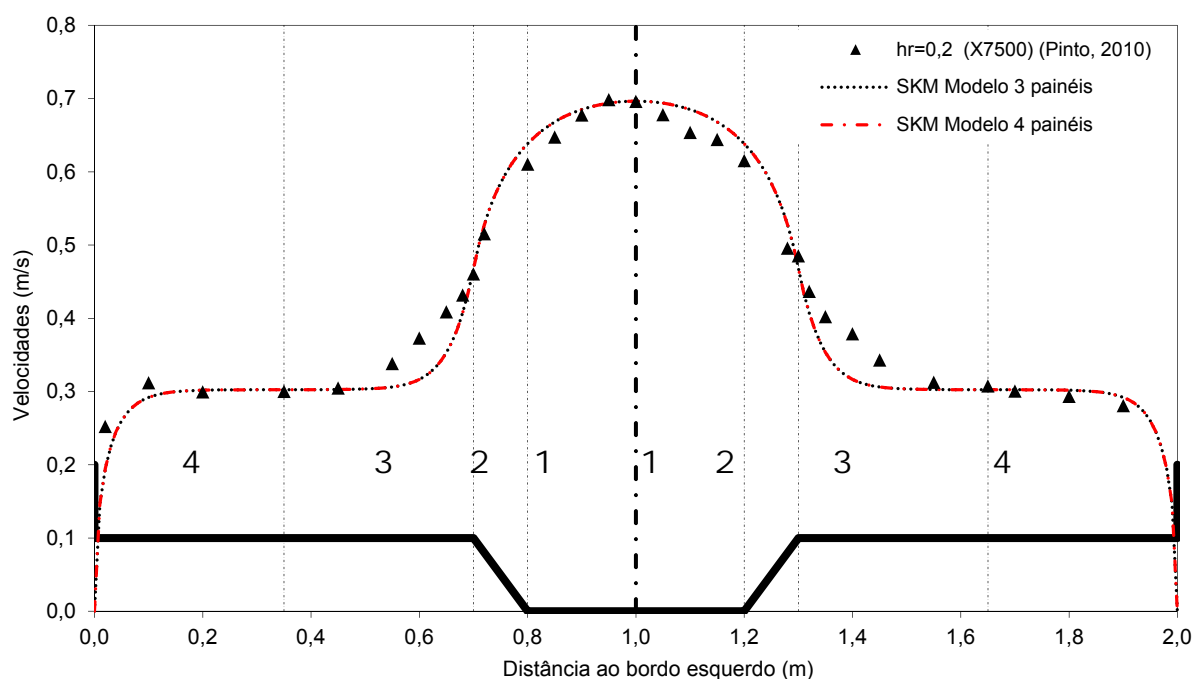


Figura 21 – Distribuições de velocidades médias, comparação entre modelos

Apesar de para a situação anterior o modelo de quatro painéis ter apresentado resultados coincidentes com a utilização dos mesmos parâmetros de calibração, este tem a capacidade de introdução de valores diferentes para varias zonas do LC, permitindo uma calibração mais refinada. Pode observar-se que na zona do painel 3 para ambos os modelos a distribuição transversal de velocidades experimental não se enquadra bem com as analíticas. Isto leva-nos a acreditar que o valor de  $\lambda$  utilizado é insuficiente para esta situação daí que foi aumentado em relação à primeira abordagem. Procedendo a nova comparação entre os dois modelos, a nova distribuição de velocidades encontra-se apresentada na Figura 22, recorrendo aos parâmetros apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 - Parâmetros utilizados para estudo da divisão de canais, 2ª abordagem

	Painel			
	1	2	3	4
$\lambda$ Modelo 3 Painéis	0,07	0,16	0,7	---
$\Gamma$ Modelo 3 Painéis	$0,15\rho H g S_0$	0	$-0,25\rho H g S_0$	---
$\lambda$ Modelo 4 Painéis	0,07	0,16	0,7	0,7
$\Gamma$ Modelo 4 Painéis	$0,15\rho H g S_0$	0	$-0,25\rho H g S_0$	$-0,25\rho H g S_0$

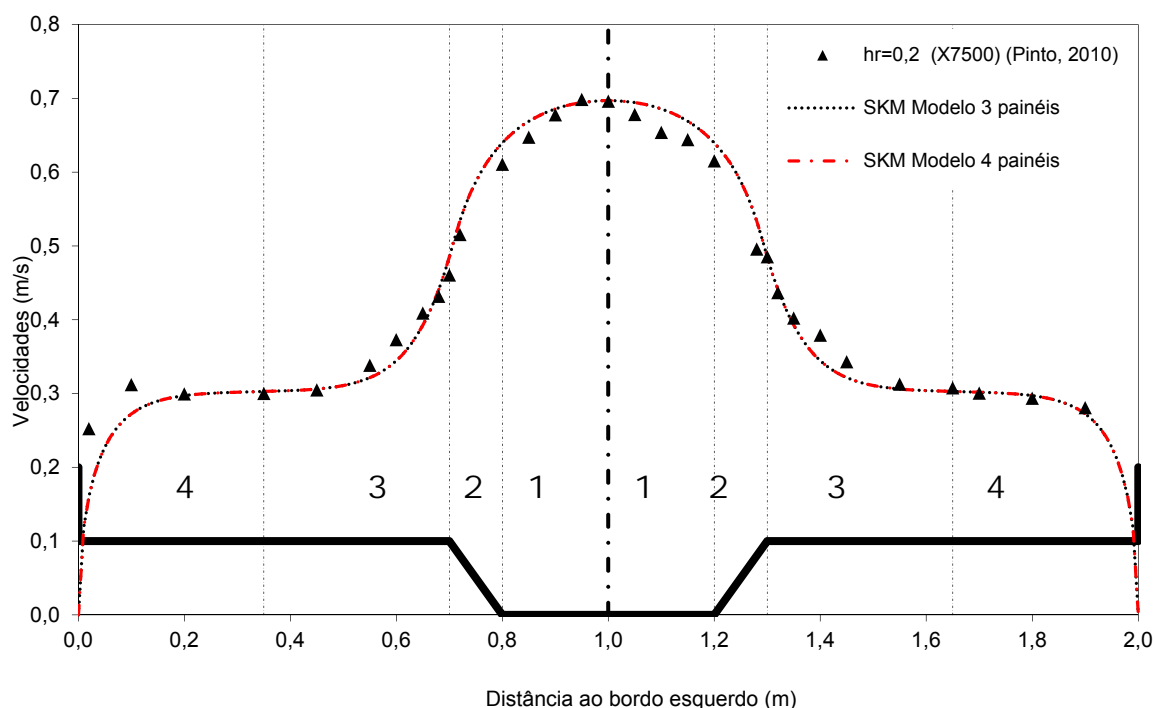


Figura 22 – Distribuições de velocidades médias, comparação entre modelos, 2ª abordagem

Como aconteceu na situação anterior a utilização dos mesmos parâmetros os dois modelos em estudo tiveram uma distribuição de velocidades coincidentes, com um factor de determinação de 0,97. Mas é visível que, apesar de uma aproximação dos resultados no painel 3 de ambos os modelos na ligação com o LP, para a região junto à extremidade do canal a utilização destes parâmetros apresenta piores resultados que os utilizados anteriormente. Para estas situações a utilização do modelo de 4 painéis pode ser vantajosa, apresentando a possibilidade de definir parâmetros individualmente para cada zona do LC. Assim, procedeu-se a nova comparação utilizando os valores da situação anterior com excepção do modelo de 4 painéis no qual se utilizam outros valores para o quarto painel, em que os parâmetros de calibração se encontram apresentados na Tabela 7. Recorreu-se ao valor de  $\lambda$  igual a 0,07 no quarto painel pois foi o que obteve melhores resultados nesta região como apresentado na secção 4.2. A distribuição de velocidades obtida encontra-se apresentada na Figura 23.

Tabela 7 - Parâmetros utilizados para estudo da divisão de canais, 3ª abordagem

	Painel			
	1	2	3	4
$\lambda$ Modelo 3 Painéis	0,07	0,16	0,7	---
$\Gamma$ Modelo 3 Painéis	$0,15\rho H g S_0$	0	$-0,25\rho H g S_0$	---
$\lambda$ Modelo 4 Painéis	0,07	0,16	0,7	0,07
$\Gamma$ Modelo 4 Painéis	$0,15\rho H g S_0$	0	$-0,25\rho H g S_0$	$-0,25\rho H g S_0$

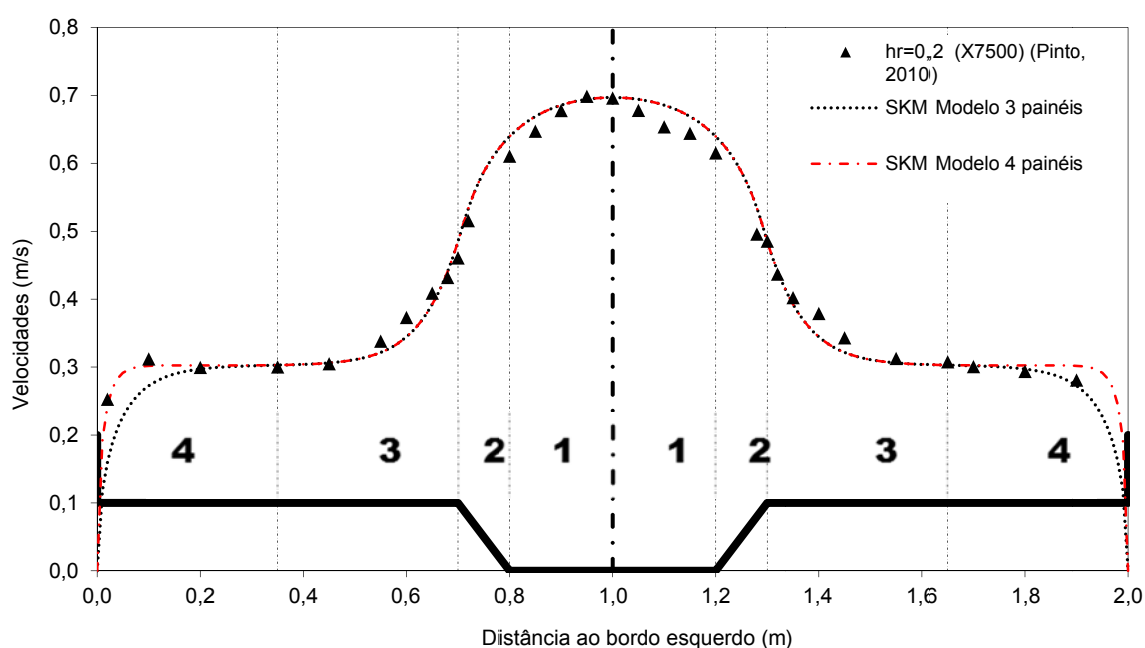


Figura 23 – Distribuições de velocidades médias, comparação entre modelos, 3ª abordagem

Para este caso o modelo de quatro painéis apresentou um valor de  $R^2$  de 0,985 o que corresponde a uma melhoria de 1,36% em relação ao modelo de três painéis. Assim o modelo de quatro painéis consegue manter a aproximação obtida na ligação LP/LC e melhor a aproximação na extremidade do LC. Efectuando-se uma calibração para cada modelo, cujos parâmetros são apresentados na Tabela 8, os modelos apresentaram a distribuição de velocidades apresentada na Figura 24. Apesar de o modelo de 4 painéis apresentar mais dificuldade de calibração, devido ao maior numero de parâmetros, consegue obter resultados mais precisos. Após calibração os modelos de três painéis e quatro apresentaram um valor de  $R^2$  de 0,977 e 0,994 respectivamente, de modo a que a aproximação apresentada pelo modelo de quatro painéis é 1,76% mais precisa que o modelo de três painéis. O modelo de quatro painéis consegue estes resultados mais precisos devido ao painel extra e aos diferentes parâmetros que se lhe são aplicados. Contudo o modelo de 3 painéis apresenta

resultados de grande qualidade e não deve ser desprezado devido a sua simplicidade, já que implica maior facilidade de aplicação e calibração.

Tabela 8 - Parâmetros utilizados para estudo da divisão de canais, 4ª abordagem

	Painel			
	1	2	3	4
$\lambda$ Modelo 3 Painéis	0,07	0,16	0,7	---
$\Gamma$ Modelo 3 Painéis	$0,17\rho H g S_0$	0	$-0,3\rho H g S_0$	---
$\lambda$ Modelo 4 Painéis	0,07	0,16	1,3	0,07
$\Gamma$ Modelo 4 Painéis	$0,15\rho H g S_0$	0,2	$-0,25\rho H g S_0$	$-0,25\rho H g S_0$

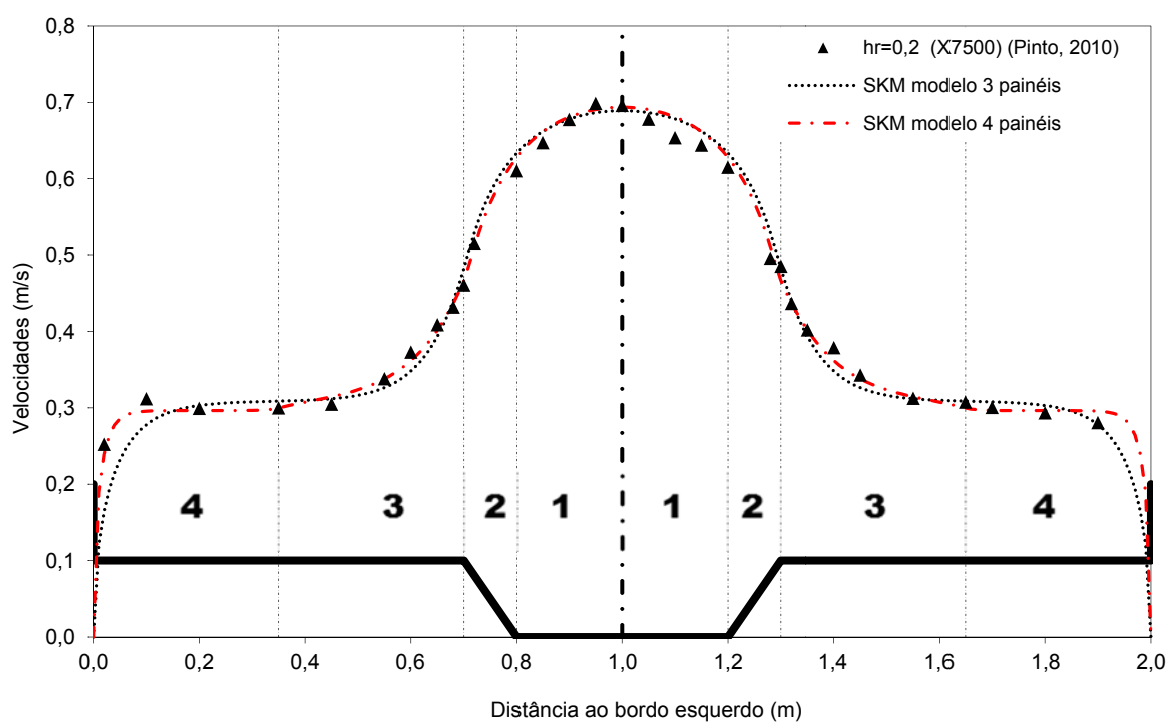


Figura 24 - Distribuições de velocidades médias, comparação entre modelos, 4ª abordagem





## 6. SIMULAÇÃO ANALÍTICA DE ESCOAMENTOS EM CANAIS COM SECÇÃO COMPOSTA

### 6.1. GENERALIDADES

No presente capítulo foi aplicado o SKM a vários escoamentos experimentais para se obter uma melhor compreensão de como variam os valores dos parâmetros de calibração em relação aos valores recomendados para a SERF-FCF, e também como variam os parâmetros de calibração para escoamentos com condições diferentes entre si.

Foram utilizados os resultados experimentais obtidos por Pinto (2010), Teixeira (2011) e Massa (2011). Estes dados foram obtidos através da instalação experimental LNEC-CVC, em que a divisão lateral se encontra apresentada na Figura 12. Os valores de velocidade média foram retirados na secção X7500 para garantir o regime uniforme.

Foi demonstrado por Knight *et al.* (2007), que é possível obter-se uma boa distribuição de velocidades fixando  $\lambda$  no valor de 0,07 e alterando apenas  $\Gamma$ . A calibração foi efectuada com recurso a alteração da viscosidade turbulenta adimensional,  $\lambda$  no painel 3, e ao termo das correntes secundárias em cada painel,  $\Gamma_i$ . Foram tomados como base os resultados obtidos na Secção 4, onde um valor superior de  $\lambda$  conduz a gradientes de velocidade menores e um valor superior de  $\Gamma$  conduz a velocidades médias em velocidade inferiores.

### 6.2. LEITO DE CHEIA COM FUNDO LISO

#### 6.2.1. Generalidades

Neste ponto foram simulados escoamentos com leitos de cheia com fundo liso, deste modo a rugosidade mantém-se constante ao longo do canal. Foram estudadas várias alturas relativas,  $h_r$ . A rugosidade utilizada nos LC tornou a rugosidade homogénea ao longo da secção. Nesta situação não se deve esperar uma grande variação em relação aos valores dos parâmetros de calibração recomendados para a SERF-FCF.

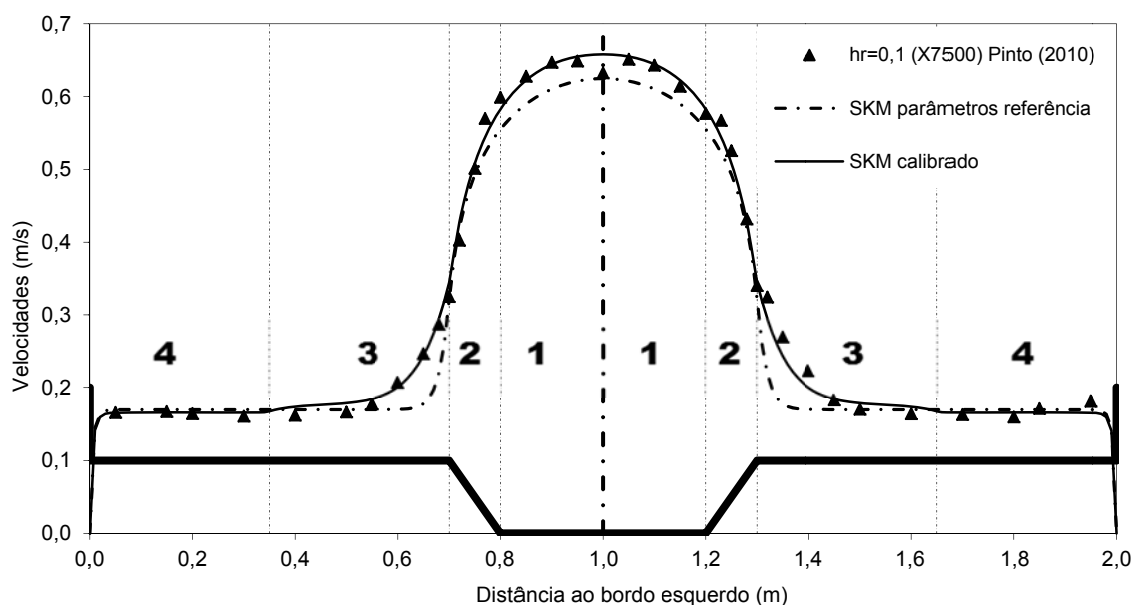
Esta situação apesar de ser muito estudada raramente ocorre em canais naturais, já que normalmente os leitos de cheia normalmente apresentam maior rugosidade que o LP devido à existência de vegetação. O coeficiente de Manning,  $n$ , utilizado para esta situação é de 0,00926

$m^{-1/3}s$  para toda a secção. Os resultados são apresentados utilizando os valores recomendados anteriormente para SERF-FCF e a melhor aproximações obtidas após calibração, de modo a permitir a comparação entre parâmetros.

### 6.2.2. Altura relativa, $hr=0,1$

Os dados experimentais para a altura relativa,  $hr$ , de 0,1 foram obtidos por Pinto (2010), como se encontra apresentado na Figura 25. Com a utilização dos parâmetros de referência obteve-se um factor de determinação de 0,965. Apesar desta aproximação ser aplicável em termos práticos, foi possível obter-se uma melhor calibração para este escoamento. Para os valores de referência as velocidades médias são subestimadas no painel 1, então para se obter uma melhor aproximação diminuiu-se  $\Gamma$  para esta zona. No painel 2 foi feito um pequeno ajuste de  $\Gamma$ , para manter as velocidades com os mesmos valores apesar de um aumento das velocidades médias nos painéis adjacentes. Para o painel 3 com a utilização dos parâmetros de referência, a variação das velocidades médias eram demasiado bruscas o que não era compatível com os dados experimentais, então para uma melhor calibração foi utilizado um valor de  $\lambda$  superior, onde se optou por utilizar a relação obtida por Knight e Abril (1996) apresentada na Equação (5.1). Após esta calibração as velocidades médias, para os painéis 3 e 4, foram ajustadas por variação de  $\Gamma$ . Todos os parâmetros para esta situação encontram-se apresentados na Tabela 9, os resultados obtidos encontram-se apresentados na Tabela 19. Com a melhor calibração obtida, conseguiu-se um factor de determinação de 0,995.

$$\lambda_{lc} = \lambda_{lp} * (-0,2 + 1,2hr^{-1,44}) \quad (5.1)$$

Figura 25 – Aplicação SKM para  $hr=0,1$ , LNEC-CVC, LC com fundo lisoTabela 9- Parâmetros calibração,  $hr=0,1$ , fundo liso

	Painel			
	1	2	3	4
$\lambda$ Melhor aproximação	0,07	0,16	$0,07(-0,2 + 1,2hr^{-1,44})$	0,07
$\Gamma$ Melhor aproximação	$0,1\rho H g S_0$	0,1	$-0,39\rho H g S_0$	$-0,19\rho H g S_0$
$\lambda$ Parâmetros referência	0,07	0,16	0,27	0,07
$\Gamma$ Parâmetros referência	$0,15\rho H g S_0$	0	$-0,25\rho H g S_0$	$-0,25\rho H g S_0$

### 6.2.3. Altura relativa, $hr=0,15$

Os dados experimentais para a altura relativa de 0,15 foram obtidos por Massa (2011). Encontra-se apresentado na Figura 26 a distribuição transversal de velocidades médias obtida por Massa (2011), e a distribuição transversal de  $U_d$ , obtida através do SKM com os parâmetros recomendados para a SERF-FCF e com os parâmetros após calibração. Os resultados para esta situação encontram-se apresentados na Tabela 20. Para esta altura relativa a utilização dos valores de referência conduziu a uma aproximação que obteve um factor de determinação de 0,920, o que leva a crer que estes valores oferecem uma aproximação com qualidade suficiente para aplicação em termos práticos. Observa-se, utilizando os parâmetros de referência, que as velocidades médias se encontram subestimadas nos painéis 3 e 4, pelo que para se obter uma melhor calibração diminui-se o valor de  $\Gamma$  para essas regiões. No painel 3 o andamento do gráfico obtido não tem forma compatível com os resultados experimentais pelo que foi aumentado o parâmetro  $\lambda$ . Os parâmetros para as principais

calibrações encontram-se apresentados na Tabela 10. Nos painéis 1 e 2 alterou-se o valor de  $\Gamma$  para maior precisão da calibração. Após a calibração obteve-se um factor de determinação de 0,987.

Tabela 10 – Parâmetros de calibração,  $hr=0,15$ , fundo liso

	Painel			
	1	2	3	4
$\lambda$ Melhor aproximação	0,07	0,16	2,5	0,07
$\Gamma$ Melhor aproximação	$0,13\rho H g S_0$	0,12	$-0,5\rho H g S_0$	$-0,45\rho H g S_0$
$\lambda$ Parâmetros referência	0,07	0,16	0,27	0,07
$\Gamma$ Parâmetros referência	$0,15\rho H g S_0$	0	$-0,25\rho H g S_0$	$-0,25\rho H g S_0$

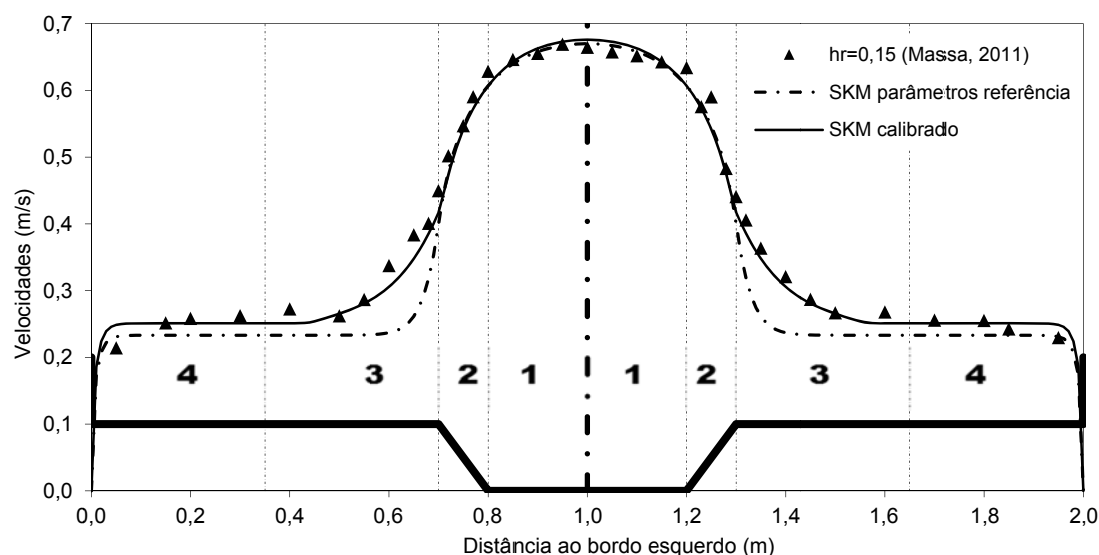


Figura 26 – Aplicação SKM para  $hr=0,15$ , fundo liso

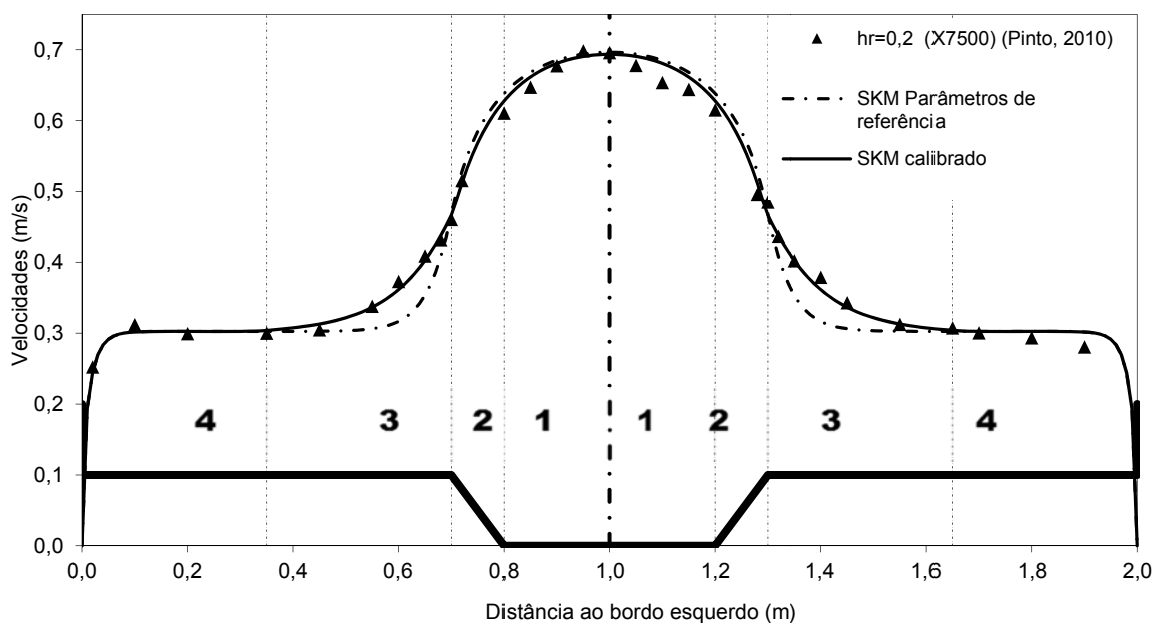
#### 6.2.4. Altura relativa, $hr=0,2$

Os dados experimentais para a altura relativa de 0,2, foram obtidos por Pinto (2010), na instalação LNEC-CVC. A melhor aproximação obtida para a distribuição transversal de velocidades médias encontra-se apresentada na Figura 27, assim como a distribuição transversal de velocidades médias considerando a utilização dos parâmetros de referência. Os valores de  $U_d$  para esta situação estão apresentados na Tabela 21. Para a calibração utilizando parâmetros de referência obteve-se um factor de determinação 0,967, o que é uma aproximação com grande precisão. Procedeu-se à calibração do modelo para os dados experimentais. A zona que requer maior atenção para calibração

é o andamento do gráfico na zona o painel 3, onde foi aumentado o valor de  $\lambda$ , para um melhor ajuste neste painel foi também reduzido do valor de  $\Gamma$ . Com a utilização dos parâmetros de referência as velocidades médias são ligeiramente sobrestimadas no painel 1 pelo que aumentou-se o valor de  $\Gamma$ . Para o painel 2 um aumento dos valores de  $\Gamma$  conduziu também a melhores resultados. Os parâmetros ideais obtidos para este escoamento encontram-se apresentados na Tabela 11. Com a utilização destes parâmetros obteve-se um factor de determinação de 0,994.

Tabela 11 – Parâmetros de calibração,  $hr=0,2$ , fundo liso

	Painel			
	1	2	3	4
$\lambda$ Melhor aproximação	0,07	0,16	1,3	0,07
$\Gamma$ Melhor aproximação	$0,15\rho H g S_0$	0,3	$-0,3\rho H g S_0$	$-0,2\rho H g S_0$
$\lambda$ Parâmetros referência	0,07	0,16	0,27	0,07
$\Gamma$ Parâmetros referência	$0,15\rho H g S_0$	0	$-0,25\rho H g S_0$	$-0,25\rho H g S_0$

Figura 27 - Aplicação SKM para  $hr=0,20$ , fundo liso

#### 6.2.5. Altura relativa, $hr=0,25$

Para a altura relativa de 0,25,  $hr = 0,25$ , os dados experimentais foram obtidos por Fernandes *et al.* (2011), na instalação LNEC-CVC. Com a utilização dos parâmetros de referência o modelo apresentou um factor de determinação de 0,980. Na Figura 28 encontra-se apresentada a distribuição

transversal de velocidades médias obtidas experimentalmente, obtidas pelo SKM utilizando os parâmetros de referência, e obtidas através do SKM após calibração. Os valores de  $U_d$  para esta situação estão apresentados na Tabela 22. Procedendo-se a calibração a partir dos valores de referência observou-se que as velocidades médias são subestimadas nos leitos de cheias, que correspondem aos painéis 3 e 4. Procedeu-se então a uma redução de  $\Gamma$  nestes painéis. Os valores de  $\Gamma$  que conduziram à melhor aproximação, são ligeiramente superiores aos de referência no painel 3. No LP, painel 1, reduziu-se o valor de  $\Gamma$  para aumentar as velocidades médias. No painel 3 foi também aumentado o valor de  $\lambda$ , para melhorar o ajuste aos dados experimentais. No painel 2 o valor de  $\Gamma$  foi aumentado, para manter as velocidades médias com a mesma intensidade devido ao aumento das velocidades médias nos painéis adjacentes. Os parâmetros utilizados nesta calibração encontram-se apresentados na Tabela 12. A distribuição de velocidades médias conseguidas através da aplicação do SKM calibrado obteve um factor de determinação de 0,988. As grandes alterações aparentes para  $\Gamma_4$  são aparentes como o valor o se relaciona com a altura de água no LC,  $H_{LC}$ , que é baixa faz com que a alteração sejam na realidade pequenas.

Tabela 12 - Parâmetros de calibração,  $h_r=0,25$ , fundo liso

	Painel			
	1	2	3	4
$\lambda$ Melhor aproximação	0,07	0,16	0,6	0,07
$\Gamma$ Melhor aproximação	$0,11\rho H g S_0$	0,3	$-0,225\rho H g S_0$	$-0,4\rho H g S_0$
$\lambda$ Parâmetros referência	0,07	0,16	0,27	0,07
$\Gamma$ Parâmetros referência	$0,15\rho H g S_0$	0	$-0,25\rho H g S_0$	$-0,25\rho H g S_0$

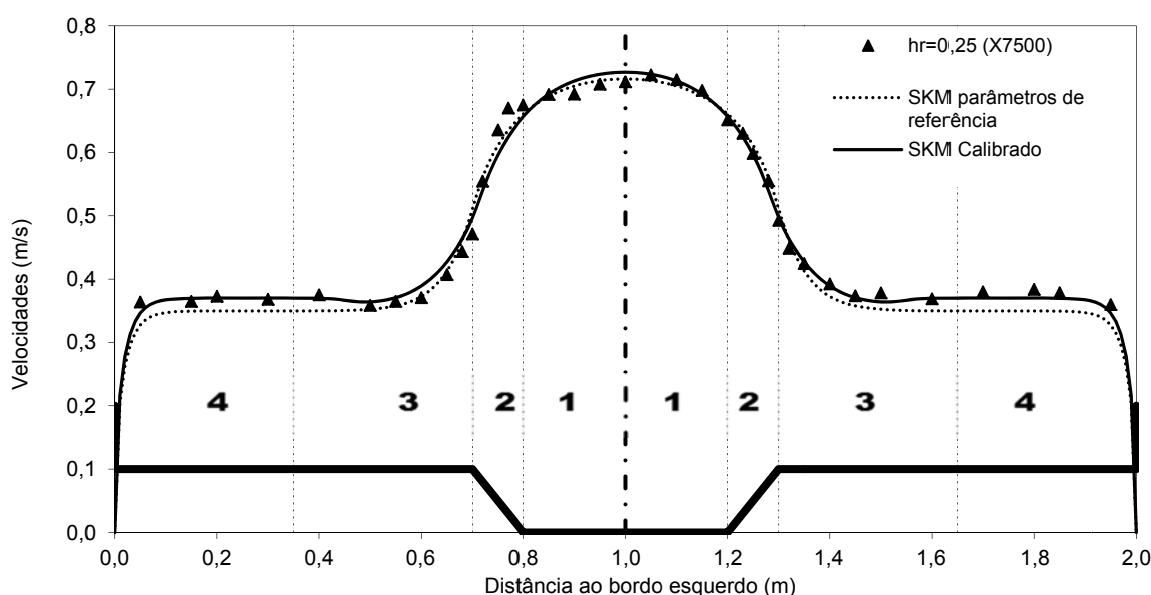


Figura 28 - Aplicação SKM para  $h_r=0,25$ , fundo liso

6.2.6. Altura relativa,  $hr=0,3$ 

Procedeu-se à calibração do SKM para o escoamento com altura relativa de 0,3. Os dados experimentais para este escoamento foram obtidos por Teixeira (2011) no canal LNEC-CVC. Para se calibrar o SKM para este escoamento foram inicialmente utilizados os parâmetros de referência. Encontram-se apresentadas na Figura 29 as distribuições transversais de velocidades médias obtidas utilizando o SKM com os parâmetros de referência, o SKM após calibração, e os dados experimentais para este escoamento. Os valores de  $U_d$  para esta situação estão apresentados na Tabela 23.

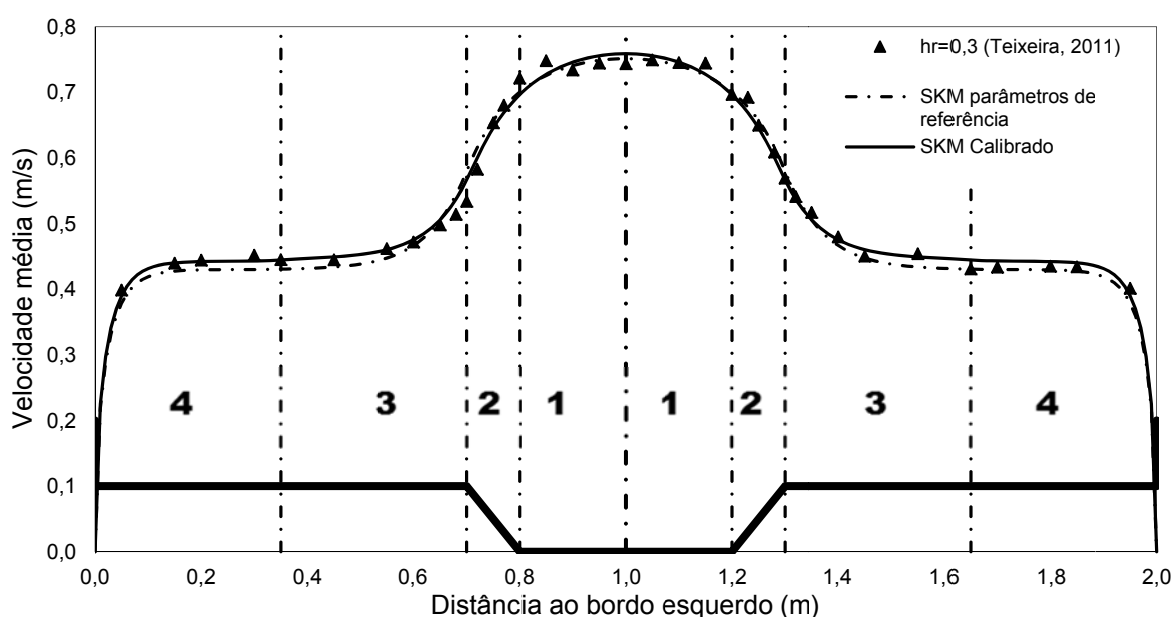


Figura 29 - Aplicação SKM para  $hr=0,3$ , fundo liso

Com a utilização dos parâmetros de referência é visível que a velocidade média se encontra ligeiramente subestimada nos LC e LP, pelo que na calibração efectuada reduziu-se  $\Gamma$  para os painéis 1, 3 e 4 para aumentar as velocidades médias nessas zonas. Para o painel 1 as velocidades médias, com os parâmetros de referência, são ligeiramente subestimadas então procedeu-se a uma redução de  $\Gamma$  para essa região. No painel 2 foi aumentado  $\Gamma$  para manter as velocidades médias com a mesma intensidade, devido ao aumento de velocidades registado nos painéis adjacentes. Os valores dos parâmetros obtidos na calibração encontram-se apresentados na Tabela 13.

Com a utilização dos parâmetros de referência o factor de determinação obtido é de 0,983 e após calibração obteve-se um factor de determinação de 0,990. Com a calibração consegue-se uma

melhor aproximação, mas para termos práticos a utilização dos parâmetros de referência oferecem uma boa aproximação.

Tabela 13 - Parâmetros de calibração,  $hr=0,3$ , fundo liso

	Painel			
	1	2	3	4
$\lambda$ Melhor aproximação	0,07	0,16	0,27	0,07
$\Gamma$ Melhor aproximação	$0,12\rho H g S_0$	0,25	$-0,35\rho H g S_0$	$-0,325\rho H g S_0$
$\lambda$ Parâmetros referência	0,07	0,16	0,27	0,07
$\Gamma$ Parâmetros referência	$0,15\rho H g S_0$	0	$-0,25\rho H g S_0$	$-0,25\rho H g S_0$

### 6.2.7. Altura relativa, $hr=0,38$

Os dados experimentais para a altura relativa de 0,38 foram obtidos por Fernandes *et al.* (2011), no LNEC-CVC. No processo de calibração para primeira abordagem foram utilizados os parâmetros de referência para posteriormente se procedeu-se a uma calibração mais refinada. As distribuições transversais de velocidade média obtidas experimentalmente, através do SKM com parâmetros de referência, e através do SKM após calibração encontram-se apresentados na Figura 30.

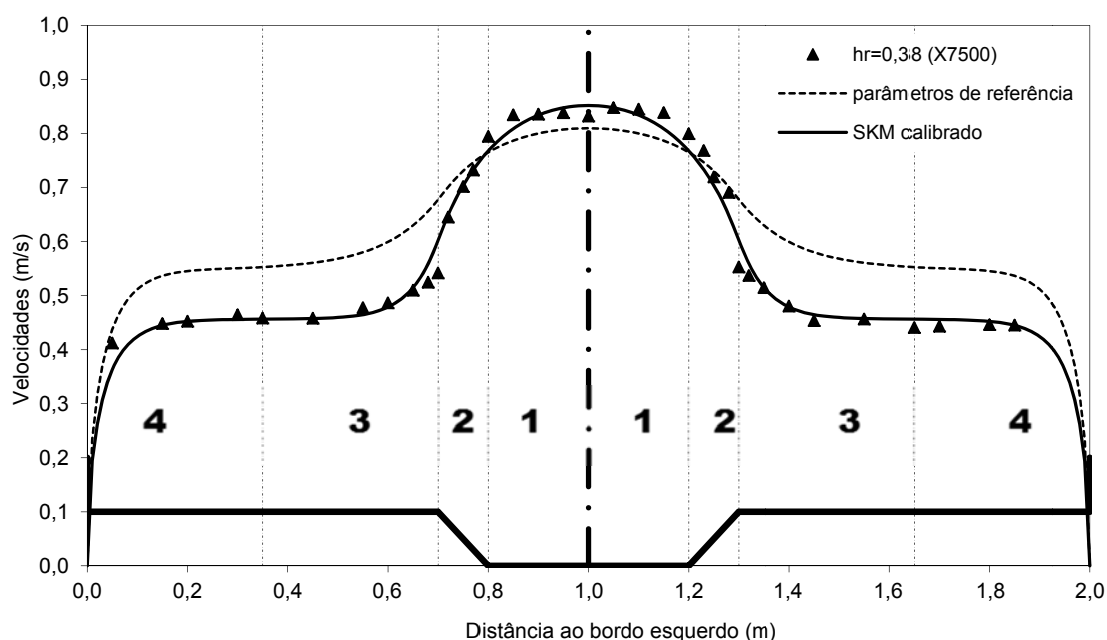


Figura 30 - Aplicação SKM para  $hr=0,38$ , fundo liso



A distribuição de velocidades médias obtida através pela aplicação do SKM com parâmetros de referência apresentou um factor de determinação de 0,653, o que faz com que não sejam apropriados para estas condições de escoamento. A aplicação do SKM a este escoamento com os parâmetros de referência conduziu que as velocidades médias fossem sobrestimadas nos LC e subestimadas no LP. O SKM foi calibrado com o intuito de obter parâmetros que consigam apresentar distribuições de velocidades médias precisas para estas condições de escoamento. Para se obter uma boa calibração foi necessário aumentar o valor de  $\Gamma$  para os LC e reduzir para o LP, de modo a que as velocidades se ajustassem melhor aos dados experimentais. Esta necessidade de aumentar substancialmente o parâmetro das correntes secundárias vai de encontro ao facto de o aumento da altura relativa provocar a existência de células de escoamento secundário progressivamente mais fortes. No painel 3 o andamento da distribuição transversal de velocidades não se enquadrava bem com o andamento dos dados experimentais, de modo que o valor de  $\lambda$  foi reduzido para essa zona. Os parâmetros utilizados e obtidos na calibração encontram-se apresentados na Tabela 14. Após calibração obteve-se um factor de determinação de 0,980, o que revela que o SKM tem uma grande capacidade de ajuste, com a utilização correcta de parâmetros para a situação do escoamento. Os valores de  $U_d$  para esta situação estão apresentados na Tabela 24.

Tabela 14 - Parâmetros de calibração,  $hr=0,38$ , fundo liso

	Painel			
	1	2	3	4
$\lambda$ Melhor aproximação	0,07	0,16	0,07	0,07
$\Gamma$ Melhor aproximação	0	0,7	$0,14\rho H g S_0$	$0,14\rho H g S_0$
$\lambda$ Parâmetros referência	0,07	0,16	0,27	0,07
$\Gamma$ Parâmetros referência	$0,15\rho H g S_0$	0	$-0,25\rho H g S_0$	$-0,25\rho H g S_0$

### 6.2.8. Análise dos parâmetros de calibração

A utilização dos parâmetros de referência recomendados por Knight (1999) e por Abril e Knight (2004), para a instalação experimental SERF-FCF, obtiveram bons resultados para grande parte dos escoamentos analisados. Mas na altura relativa  $hr = 0,38$  obteve-se uma grande disparidade entre os dados experimentais e a previsão obtida pelo SKM utilizando os parâmetros de referência. No presente ponto relacionou-se os parâmetros obtidos na calibração do SKM, para os vários painéis, com as alturas relativas de modo a formar uma proposta de parâmetros a utilizar para o LNEC-CVC com fundos lisos.

Todas as calibrações efectuadas mantiveram o valor de  $\lambda$  contante em 0,07 para o painel 1, que é considerado o valor base para qualquer situação. O que levou que para esta zona apenas fosse

utilizado  $\Gamma$  como parâmetro de calibração, o que simplificou este processo. Na Figura 31 encontram-se todos os valores utilizados para  $\Gamma$  no painel 1 após calibração, para diferentes alturas relativas com as mesmas condições de escoamento onde são comparados com os parâmetros recomendados por Abril e Knight (2004). Os parâmetros recomendados por Abril e Knight (2004) apresentam um crescimento com a altura relativa proveniente do aumento da altura de água.

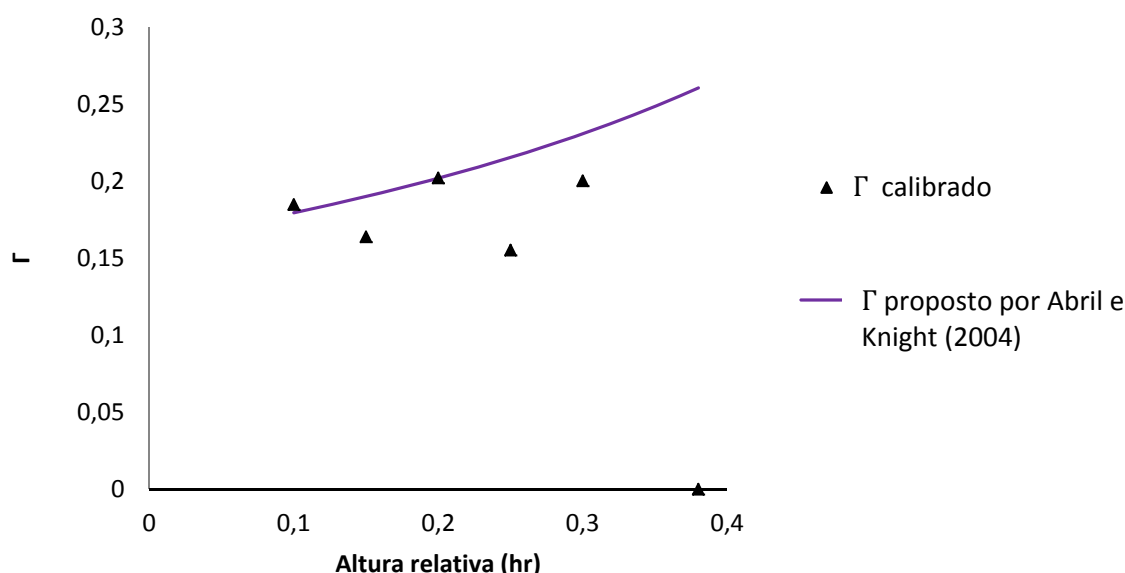


Figura 31 – Relação de  $\Gamma$  com alturas relativas para painel 1, fundo liso

Para o painel 2 o valor de  $\lambda$  manteve-se sempre constante em 0,16, valor recomendado por Knight (1999). Como ocorria para o painel 1 o parâmetro  $\Gamma$  foi utilizado como único parâmetro de calibração. Entretanto após calibração foram obtidos vários valores de  $\Gamma$ , variando com a altura relativa. Na Figura 32 apresenta-se a relação obtida entre  $\Gamma$  e as alturas relativas. Pode-se observar que  $\Gamma$  tem um andamento aproximadamente linear, crescente com o aumento da altura relativa. Foi observado entre outros por Nezu (1994) que a intensidade das células de escoamento secundário aumenta com a altura relativa, e sendo  $\Gamma$  o termo que representa as correntes secundárias leva a acreditar na legitimidade destes resultados. Apenas na altura relativa de 0,3 ouve uma redução de  $\Gamma$  em relação à altura relativa anterior, que poderá ser causada pelo conjunto de termos de calibração utilizados neste painel e painéis adjacentes. Para esta região os valores recomendados são nulos.

Na região do painel 3 a calibração foi efectuada através dos parâmetros de calibração  $\lambda$  e  $\Gamma$ . A relação entre  $\lambda$  e a altura relativa encontra-se apresentada na Figura 33. Nesta Figura são também apresentados os parâmetros de calibração propostos por Knight e Abril (1996) que dependem dos parâmetros utilizados no LP e da altura relativa. Pode-se observar que  $\lambda$  decresce com o aumento da

altura relativa. Os valores recomendados por Knight (1999) eram constantes no valor de 0,27 para esta situação. Os termos de  $\lambda$  obtidos através de calibração são muito semelhantes aos propostos por Abril e Knight (1996). Foi mostrado por Tominagawa *et al.* (1989) que para alturas relativas baixas os vórtices de eixo vertical que causam mistura lateral, representados no SKM por  $\lambda$ , são de grande relevância a alturas relativas baixas e vão perdendo influência conforme a altura relativa aumenta passando a ser as células de escoamento secundárias mais importantes.

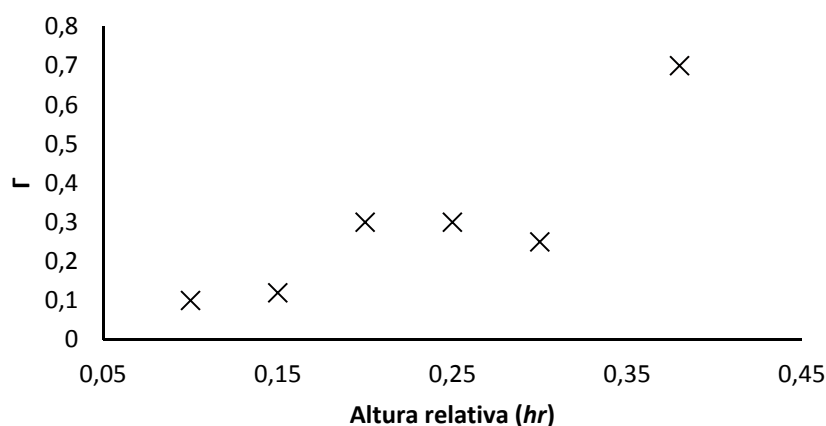


Figura 32 - Relação de  $\Gamma$  com alturas relativas para painel 2, fundo liso

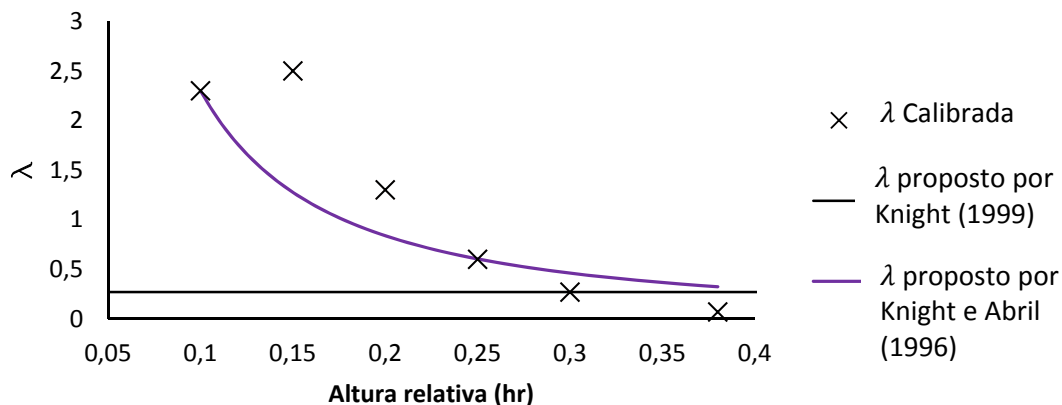


Figura 33 - Relação de  $\lambda$  com alturas relativas para painel 3, fundo liso

Para este painel também foram obtidos vários valores de  $\Gamma$ , após calibração do SKM, conforme as várias alturas relativas, a relação obtida encontra-se apresentada na Figura 34. Para esta região o valor do termo das correntes secundárias apresentou um valor aproximadamente constante, tomando sempre valores negativos, com exceção da altura relativa de 0,38, que obteve um valor de

intensidade semelhante mas de sinal contrário ao registado anteriormente para as outras situações estudadas. Para o valor dos parâmetros proposto por Abril e Knight (2004) é visível que o valor de  $\Gamma$  é sempre negativo e aumenta a intensidade de uma maneira linear com o aumento da altura relativa.

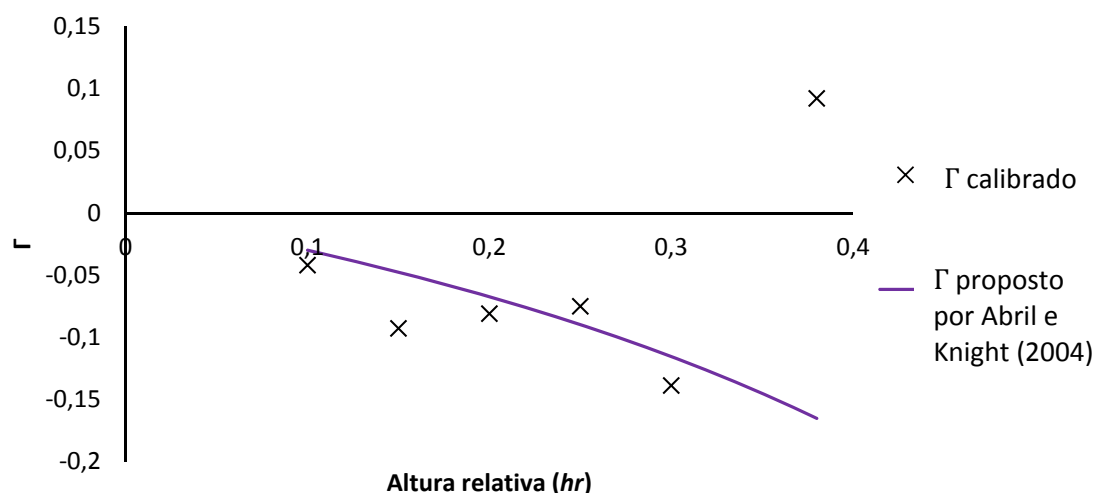


Figura 34 - Relação de  $\Gamma$  com alturas relativas para painel 3, fundo liso

Para o painel 4 o valor de  $\lambda$  foi mantido constante no valor de 0,07 porque garantiu melhores aproximações na extremidade do canal. Consequentemente esta região foi calibrada unicamente através do parâmetro  $\Gamma$ . É observável na Figura 35, onde se encontra apresentada a relação entre  $\Gamma$  e a altura relativa para no painel 4 que, exceptuando a altura relativa de 0,38, apresenta uma progressão aproximadamente linear decrescente.

O caudal escoado através de uma secção é um termo importante para aplicações práticas. Integrando as distribuições transversais de velocidades médias é possível obter o caudal escoado através da secção. Através deste método é possível obter os caudais escoados através de uma secção utilizando o SKM. Foram comparados os caudais escoados experimentalmente com os obtidos utilizando o SKM, utilizando os parâmetros de referência os parâmetros obtidos na calibração. Na Tabela 15 está apresentada a comparação entre os caudais utilizados experimentalmente e os obtidos através do SKM. É observável que para a grande maioria das situações os caudais obtidos através do SKM tem resultados próximos dos experimentais, tanto com os parâmetros propostos por outros autores como com os obtidos na calibração. O caso que se afasta mais é na altura relativa de 0,38 em que o caudal é muito sobrestimado, que se deve ao facto da distribuição de velocidades médias para este caso serem também sobrestimadas.

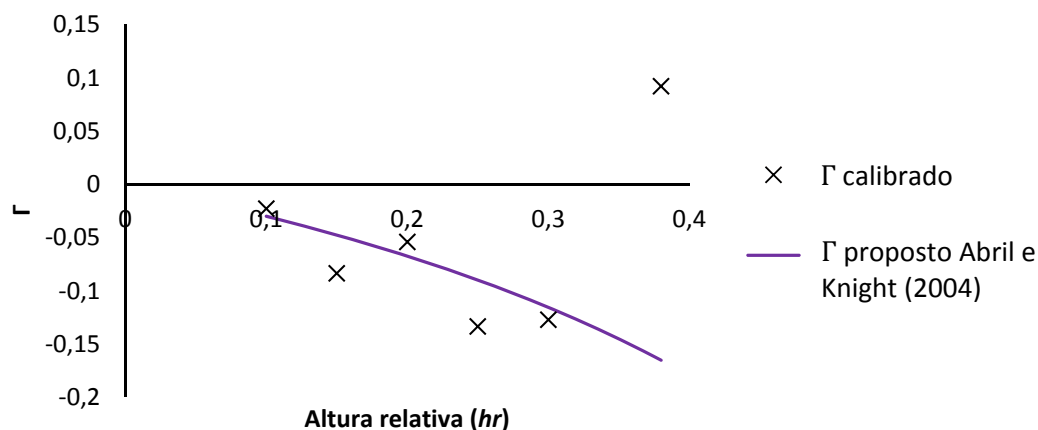
Figura 35 - Relação de  $\Gamma$  com alturas relativas para painel 4, fundo liso

Tabela 15 – Caudais escoados através da secção, fundo liso

$hr$	Caudal experimental (l/s)	Caudal SKM (parâmetros recomendados) (l/s)	Caudal SKM (calibrado) (l/s)
0,1	38,21	35,68	37,53
0,15	45,19	43,74	44,03
0,2	53,78	53,59	53,54
0,25	63,38	61,91	62,77
0,3	81,76	79,37	80,067
0,38	109,28	122,023	108,02

### 6.3. LEITO DE CHEIA COM FUNDO RUGOSO

Neste ponto estudou-se escoamentos em canais de secção composta com leitos principais com fundo liso e leitos de cheia com fundo rugosos. A rugosidade heterogênea altera como as estruturas de escoamento secundário se desenvolvem. A resistência gerada pelos limites de um canal produz turbulência anisotrópica responsável pelo aparecimento de células de escoamento secundário. Com a utilização de fundo rugoso nos LC aumenta-se a anisotropia da turbulência aumentando os efeitos do escoamento secundário. De notar que a intensidade das correntes secundárias para planícies de cheia rugosas são cerca de 70% superiores (Nezu, 1994).

Na calibração do SKM foram inicialmente utilizados os valores de referência propostos por Knight (1999) e Abril e Knight (2004), para os dados de SERF-FCF. A utilização destes parâmetros tem também como intuito estudar a aplicabilidade dos mesmos em outras instalações experimentais como é o caso do LNEC-CVC. O coeficiente de Manning,  $n$ , utilizado para o LP é de  $0,00926 \text{ m}^{-1/3\text{s}}$ , para o LC foi utilizado um valor de rugosidade absoluta,  $k_s$ , definido por Massa (2011) em  $0,00617 \text{ m}$ .

### 6.3.1. Altura relativa, $hr=0,15$

Os dados utilizados foram obtidos experimentalmente por Massa (2011), no LNEC-CVC. Para uma primeira abordagem utilizaram-se os valores de referência e depois procedeu-se a uma calibração refinada.

Na Figura 43 encontra-se apresentada a distribuição transversal de velocidades médias obtida experimentalmente, utilizando o SKM com os parâmetros de referência e utilizando o SKM após calibração. O modelo com os parâmetros de referência obteve um valor de  $R^2 = 0,976$ , apesar de visualmente se verificar que a distribuição transversal de  $U_d$  é sobrestimada tanto no LC como no LP. Estes parâmetros obtêm aproximações com qualidade suficiente para aplicações práticas. Após calibração, o SKM obteve um valor de  $R^2 = 0,985$ , esta aproximação apresenta resultados ligeiramente melhores que os dados de referência, o que só comprova a qualidade da aproximação dos parâmetros de referência.

É observável na Figura 36 que o SKM utilizando os parâmetros de referência, as velocidades médias são sobrestimadas, para os painéis 1, 3 e 4. Tomando isto em consideração aumentou-se o valor de  $\Gamma$  nestes painéis. Após calibração a velocidade apenas se encontra ligeiramente subestimada no painel 2. A ausência de simetria nos resultados obtidos experimentalmente, fruto da dificuldade de medição alturas pequenas em nos leitos de cheia com relva artificial, impediu a obtenção de uma melhor calibração. Os parâmetros de calibração utilizados estão apresentados na Tabela 16, e os resultados obtidos encontram-se na Tabela 25.

Tabela 16 - Parâmetros de calibração,  $hr=0,15$ , LC com fundo rugoso

	Painel			
	1	2	3	4
$\lambda$ Melhor aproximação	0,07	0,16	1,3	0,07
$\Gamma$ Melhor aproximação	$0,25\rho H g S_0$	$0,1\rho H g S_0$	$-0,05\rho H g S_0$	$0,025\rho H g S_0$
$\lambda$ Parâmetros referência	0,07	0,16	0,22	0,07
$\Gamma$ Parâmetros referência	$0,15\rho H g S_0$	0	$-0,25\rho H g S_0$	$-0,25\rho H g S_0$

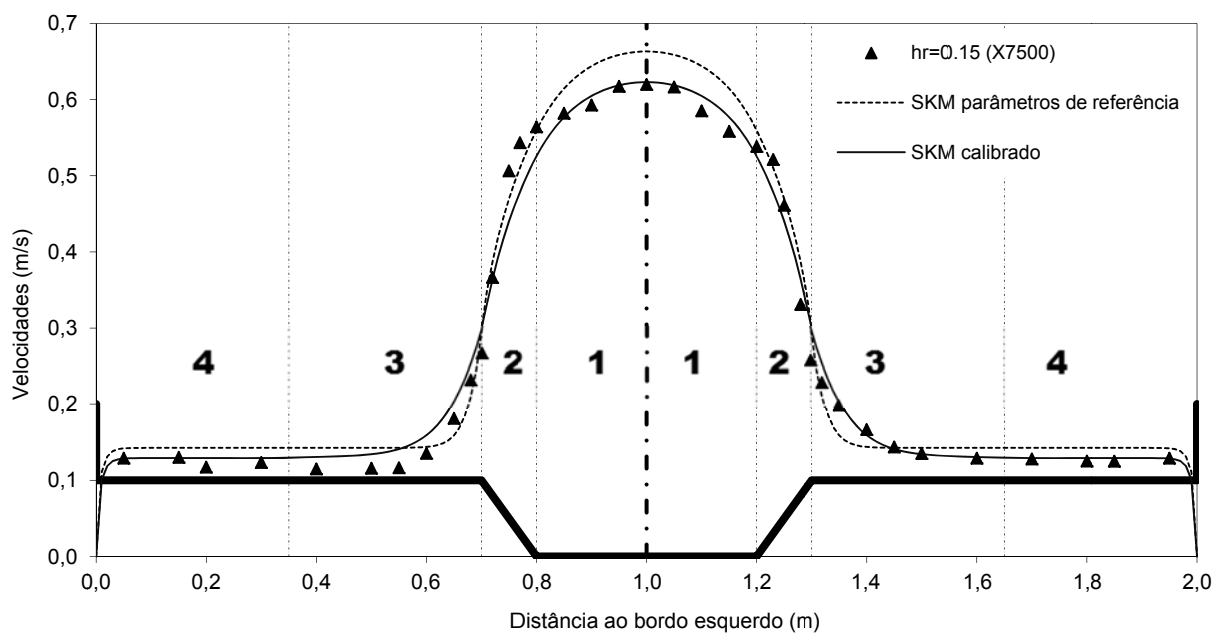


Figura 36 - Aplicação SKM para  $hr=0,15$ , LC com fundo rugoso

### 6.3.2. Altura relativa, $hr=0,3$

Os dados experimentais para esta situação foram obtidos por Massa (2011), na instalação experimental LNEC-CVC. Na Figura 37 estão apresentadas as distribuições transversais de  $U_d$  experimentais, obtidas através do SKM utilizando os parâmetros de referência e também através do SKM após calibração.

Com a utilização dos parâmetros de referência foi obtido um valor de  $R^2 = 0,708$ . O que mostra que os parâmetros de referência não são aplicáveis a qualquer situação genérica. Este facto pode estar relacionado com um erro de medição experimental, onde facilmente podem ocorrer erros na ordem dos 10%. Após calibração o SKM apresentou um factor de determinação,  $R^2 = 0,986$ . Os resultados após calibração tem uma aproximação 28% melhor que os parâmetros de referência para esta situação. De notar que após calibração o valor de  $\lambda$  que teve melhores resultados, no painel 3, foi o recomendado para LC lisos. Como para o LP as velocidades eram muito sobrestimadas o valor de  $\Gamma$  que teve o melhor resultado foi muito superior ao de referência. Os valores de  $\Gamma$ , após calibração, para os LC são muito próximo de zero. Os parâmetros utilizados estão apresentados na Tabela 17, e as distribuições encontram-se apresentadas na Tabela 26. Pensa-se que para esta altura relativa tenha ocorrido um erro de medição experimental, uma vez que os parâmetros obtidos na calibração

afastam-se muito dos obtidos para outras alturas relativas e dos maus resultados obtidos pelos parâmetros de referência.

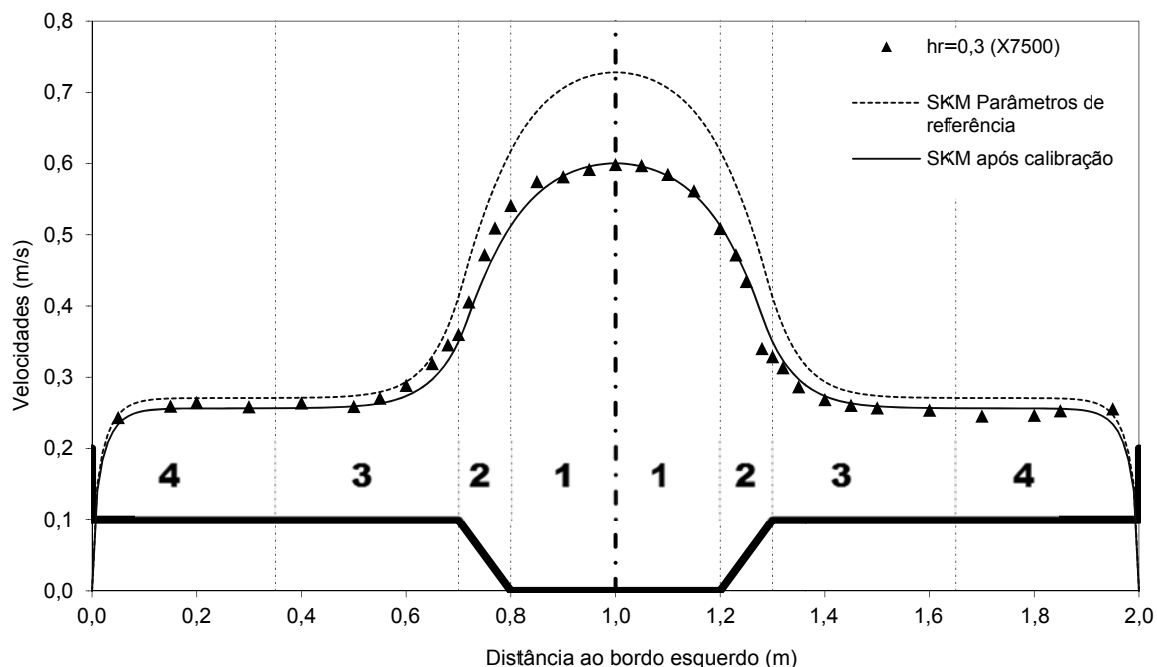


Figura 37 - Aplicação SKM para  $hr=0,3$ , LC com fundo rugoso

Tabela 17 - Parâmetros de calibração,  $hr=0,3$ , LC com fundo rugoso

	Painel			
	1	2	3	4
$\lambda$ Melhor aproximação	0,07	0,16	0,27	0,07
$\Gamma$ Melhor aproximação	$0,425\rho H g S_0$	0,9	$-0,05\rho H g S_0$	$0,025\rho H g S_0$
$\lambda$ Parâmetros referência	0,07	0,16	0,22	0,07
$\Gamma$ Parâmetros referência	$0,15\rho H g S_0$	0	$-0,25\rho H g S_0$	$-0,25\rho H g S_0$

### 6.3.3. Análise das curvas de vazão

Os caudais escoados através de uma secção são de grande importância prática. Normalmente recorre-se a métodos mais simples para a obtenção destes. Mas como o SKM foi aplicado decidiu-se obter o caudal escoado através da integração da distribuição transversal de velocidades médias. Os



caudais escoados através da secção medidos experimentalmente e os simulados através do SKM são apresentados na Tabela 18. Os valores obtidos através das simulações encontram-se próximos dos medidos experimentalmente, com excepção dos parâmetros propostos por outros autores para a altura relativa de 0,38. Este fenómeno ocorre devido as velocidades médias serem sobrestimadas ao longo de toda a secção, o que se deve ao tipo de rugosidade utilizada neste ensaio ser muito diferente na utilizada para a obtenção destes parâmetros propostos, como se encontra apresentado na secção 6.2.2.

Tabela 18 - Caudais escoados através da secção, fundo rugoso

$hr$	Caudal experimental ( $l/s$ )	Caudal SKM (parâmetros recomendados) ( $l/s$ )	Caudal SKM (calibrado) ( $l/s$ )
0,15	38,84	40,87	38,52
0,3	56,09	67,95	58,11



## 7. CONCLUSÕES

Na presente dissertação realizou-se um estudo para a aplicação de um modelo analítico quase-2D, SKM, a escoamentos de secção composta. Os resultados da modelação utilizando parâmetros recomendados por vários autores e após calibração foram comparados com os dados experimentais. Do estudo desenvolvido conclui-se:

- Um aumento do termo das correntes secundárias,  $\Gamma$ , no modelo SKM conduz a uma redução das velocidades médias para uma região e regiões adjacentes, dado que se aumenta a dissipação de origem turbulenta.
- Um aumento da viscosidade turbulenta adimensional,  $\lambda$ , torna as transições de velocidade mais suaves entre as várias regiões, dado que  $\lambda$  se relaciona directamente com  $\partial U_d / \partial y$ .
- O SKM obtém melhores resultados se factor de resistência Darcy-Weisbach nos painéis não horizontais for mantido constante e igual ao valor médio dos painéis horizontais adjacentes.
- O SKM é um modelo com capacidade de obter resultados precisos para escoamentos em regime uniforme, em canais de secção composta onde se desenvolvem vórtices de eixo vertical e estruturas de escoamento secundário. Em especial se o leito apresentar rugosidade homogénea.
- O aumento do número de divisões do canal não conduz a uma melhoria significativa da precisão do modelo, se forem mantidos os mesmos parâmetros de calibração.
- O aumento do número de divisões aplicadas ao canal para aplicação do SKM. Pode aumentar a precisão dos resultados obtidos mas também a dificuldade de calibração do modelo. Contudo os modelos mais simples apresentaram resultados suficientemente precisos para aplicação prática.
- Os parâmetros recomendados por Knight (1999) e Abril e Knight (2004) apresentam bons resultados para grande parte dos escoamentos do LNEC-CVC, apesar do seu desenvolvimento ter sido feito para escoamentos do SERF-FCF.
- É possível obter melhores aproximações, que as obtidas via parâmetros recomendados Knight (1999) e Abril e Knight (2004), para os dados experimentais do LNEC-CVC optimizando os parâmetros de calibração.

É preciso ter em atenção que é possível que os resultados obtidos estejam sujeitos a qualquer negligência na campanha experimental. Que poderá ter impedido uma melhor calibração do modelo analítico e consequentemente a obtenção de melhores relações entre os parâmetros de calibração e as alturas relativas. Para continuação do presente estudo, apresentam-se recomendações para desenvolvimentos futuros:

- Aplicação da solução numérica do SKM, a vários escoamentos de secção composta.
- Estudo da aplicabilidade do SKM na obtenção de distribuições transversais de tensões de arrastamento.
- Estudo da subdivisão de um painel de inclinação transversal, com aplicação de vários valores do parâmetro de resistência Darcy-Weisbach.
- Aplicação do SKM a mais alturas relativas com o objectivo de generalizar a calibração efectuada.
- Aplicação do SKM a várias alturas com leitos de cheia com fundo rugoso de modo a relacionar a altura relativa com os parâmetros de calibração.
- Determinação dos parâmetros de calibração através dos dados experimentais.

---

## 8. BIBLIOGRAFIA

- 1) Abril J. B., Knight D. W., (2004), "Stage-discharge prediction for rivers in flood applying a depth-averaged model", Journal Hydraulic Research, Volume 42, Número 6, págs. 616—629.
- 2) Ackers, P., (1991), "Hydraulic design of straight compound channels", SR Report SR 281, HR Wallingford, Volumes 1 e 2, págs 1-131 e 1-139, Wallingford, Reino Unido
- 3) Ackers, P., (1992), "Hydraulic design of two stage channels", Proceedings of the Institute Civil Engineering - Water Maritime, 96., Paper No. 9988, págs. 247-257.
- 4) Ackers, P. (1993a), "Stage-Discharge Functions for Two-Stage Channels: The Impact of New Research", Water and Environment Journal, Vol. 7, págs 52–59.
- 5) Ackers, P., (1993b), "Flow formulae for straight two-stage channels", Journal of Hydraulic Research, Vol. 31, Num. 4, págs 509-531.
- 6) Bousmar, D. e Zech, Y., (1999), "Momentum transfer for practical flow computation in compound channels", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 125, No.7, págs 696-706.
- 7) Boumar D.; Riviere, N.; Proust, S.; Paquier, A.; Morel, R.; Zech, Y., (2005); "Upstream Discharge Distribution in Compound-Channel Flumes", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 131, Num. 5
- 8) Chlebek, J., (2009), "Modeling of simple prismatic channel's with varying roughness using the SKM and a study of flow's in smooth non-prismatic channel's with skewed floodplains", PhD Thesis, Universidade de Birmingham
- 9) Chow, V. T., (1959). "Open Channel Hydraulics", MacGraw-Hill, Nova Iorque
- 10) Darcy, H., (1857), "Recherches experimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux", 2 volumes, Mallet-Bachelier, Paris, págs. 1-268.
- 11) Fernandes, J.N.; Leal, J.B.; Cardoso, A.H., (2011), "Discussão de "Apparent friction coefficient in straight compound channels", por Moreta, P.J.M.; Martin-Vide, J.P.; Journal of Hydraulic Research
- 12) Ikeda, S., (1981), "Self-formed straight channels in sandy beds, Journal of the Hydraulics Division", Vol. 107, April, págs 389-406.
- 13) Ikeda, S. e Kuga, T., (1997), "Laboratory study on large horizontal vortices in compound open channel flow", Journal of Hydraulic, Coastal and Environmental Engineering, JSCE, Vol. 45, págs 493- 498.
- 14) Ikeda, S., (1999), "Role of lateral eddies in sediment transport and channel formation, River Sedimentation", Jayawardena, Lee and Wang, eds., Balkema Rotterdam, págs. 195-203.
- 15) Ikeda, S., Sano, T., Fukumoto, M. And Kawamura, K., (2001), "Organised horizontal vortices and lateral sediment transport in compound channel flows", Journal of JSCE

- 16) Knight, D.A., e Demetriou, J.D., (1983), "Flood Plain and Main Channel Flow Interaction". Journal of hydraulic engineering, Volume 109, No 8, 1073-1092.
- 17) Knight, D.W. e Mohammed, E., (1984), "Boundary shear in symmetrical compound channels", Journal of Hydraulic Engineering, Volume 109, págs.1073-1092.
- 18) Knight, D.W., Shiono, K., e Pirt, J., (1989), "Prediction of depth mean velocity and discharge in natural rivers with overbank flow", Procedure at the International Conference on Hydraulic and Environmental Modeling of Coastal, Estuarine and River Waters", Universidade de Bradford, Gower Technical Press, Paper 38, págs. 419-428.
- 19) Knight, D.W. e Shiono, K., (1990), "Turbulence measurements in a shear layer region of a compound channel", Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol 28, No. 2, 1990, págs 175-196
- 20) Knight, D.W., Yuen, K.W.H. and Al-Hamid, A.A.I., (1994), "Boundary shear stress distributions in open channel flow", Mixing and Transport in the Environment, Chapter 4, Editado por Beven, Chatwin e Millbank, John Wiley & Sons Ltd., pp. 51-87
- 21) Knight, D.W., e Abril, B., (1996), "Refined calibration of a depth averaged model for turbulent flow in a compound channel", Proceedings of the Institute Civil Engineering - Water Maritime, Vol. 118, pp 151-159
- 22) Knight, D.W. e Shiono, K., (1996), "River channel and floodplain hydraulics", Editado por Anderson, M.G., Walling, D.E. e Bates, P.D., John Wiley & Sons Ltd, Chichester, Reino Unido
- 23) Knight, D. W. (1999). "Flow mechanisms and sediment transport in compound channels", International Journal of Sediment Research., Vol. 14, No. 2, Beijing, China, págs 217–236
- 24) Knight, D.W., (2001), "Conveyance in 1-D river models", Relatório para HR Wallingford e para Environment Agency, March, 1-29
- 25) Knight, D.W., Omran, M. and Tang, X., (2007), "Modelling depth-averaged velocity and boundary shear in trapezoidal channels with secondary flows", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 133, No. 1, pp. 39-47
- 26) Knight, D.W., Tang, X., Sterling, M., Shiono, K., e McGahey, C., (2010) , Solving open channel flow problems with a simple lateral distribution model" , Riverflow 2010, pp. 41-48
- 27) Lambert, M.F. e Myers, W.R., (1998), "Estimating the discharge capacity in straight compound channels", Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Journal of Water, Maritime and Energy, Vol. 130, pp 84-94, Liao
- 28) Manning, R., (1889), "On the flow of water in open channels and pipes", Translations of the ICE of Ireland, Vol. 20, pp 161-207
- 29) Massa, P., (2011), "Influência da rugosidade dos leitos de cheia em escoamentos em canais de secção composta", Tese de Mestrado em Engenharia Civil – Perfil de Construção, Universidade Nova de Lisboa – Faculdade de Ciência e Tecnologia, Monte da Caparica, 175 págs.

- 
- 30) Nezu, I. & Nakagawa, H., (1993), "Turbulence in open channel flow", IAHR Monograph, A. A. Balkema, Rotterdam
- 31) Nezu, I. (1994). "Compound Open-Channel Turbulence and its Role in River Environment". Department of Civil and Global Environment Engineering, Universidade de Kyoto, Japan.
- 32) Omran, M.N., (2005), "Modelling stage-discharge curves, velocity and boundary shear stress distributions in natural and artificial channels using a depthaveraged model", PhD Thesis, Universidade de Birmingham
- 33) Pinto, D., (2010), "Caracterização experimental de escoamentos em canais de secção composta". Tese de Mestrado em Engenharia Civil – Perfil de Construção, Universidade Nova de Lisboa – Faculdade de Ciência e Tecnologia, Monte da Caparica, 113 págs.
- 34) Prooijen, B. C. V., Battjes, J. A. e Uijttewaal, W. S. J., (2005), "Momentum exchange in straight uniform compound channel flow". Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 131, No. 3, págs. 175-183.
- 35) Rhodes, D.G., Knight, D.W., (1994), "Distribution of shear force on boundary of smooth rectangular duct", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 120, No.7, pp. 787-807.
- 36) Shiono, K. and Knight, D.W., (1988), "Two dimensional analytical solution for a compound channel, "Procedimentos para a 3rd International Symposium on Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements", Tokyo, Japan & Wada (eds.), IAHR, Universal Academy Press Inc., págs 503-510
- 37) Shiono, K. and Knight, D.W., (1990), "Mathematical models of flow in two or multi-stage straight channels", International Conference on River Flood Hydraulics, Paper G1, pp. 229-238
- 38) Shiono, K. e Knight, D.W. (1991). "Turbulent open channel flows with variable depth across the channel". Journal of Fluid Mechanics, 222, pp. 617–646
- 39) Shiono, K. (2011). Stage-discharge estimation with analytical solutions in single and two stage channel flows, Technical Session under the work of the Specialized Commission in Fluvial Hydraulics of APRH, LNEC, Lisbon, Portugal, 2011.
- 40) Sturm, T. (2001). "Open Channel Hydraulics". McGraw-Hill, Water Resources and Environmental Engineering Textbook Series, New York.
- 41) Tang, X., Knight, D.W., (2009), "Lateral distributions of streamwise velocity in compound channels with partially vegetated floodplains, The University of Birmingham, Birmingham, B15 2TT, Reino Unido
- 42) Teixeira, E., (2011), "Estudo experimental de escoamentos em regime uniforme e não uniforme em canais de secção composta", Tese de Mestrado em Engenharia Civil – Perfil de Construção, Universidade Nova de Lisboa – Faculdade de Ciência e Tecnologia, Monte da Caparica, 89 págs.
-

- 43) Tominaga, A., Nezu, I., Ezaki, K., e Nakagawa, H.,(1989), “Turbulent structure in straight open channel flows”, Journal Hydraulic Research, Vol. 27, No. 1, págs 149–173.
- 44) Wright, N.G., (2001), “Scoping study for reducing uncertainty in river flood conveyance - Conveyance implications for 2-D and 3-D Modelling”, Environment Agency , Bristol



## ANEXOS

Tabela 19 - Velocidades médias experimentais (Pinto,2010), analíticas SKM,  $hr=0,10$ , fundo liso

$y$ (m)	Dados Experimentais (Pinto, 2010) $U_d$ (m/s)	SKM					
		Parâmetros de referência			Modelo Calibrado		
		$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - \bar{U}_d^{exp})^2$	$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - \bar{U}_d^{exp})^2$
0,05	0,17	0,17	0,00	0,04	0,17	0,00	0,04
0,15	0,17	0,17	0,00	0,04	0,17	0,00	0,04
0,20	0,16	0,17	0,00	0,04	0,17	0,00	0,04
0,30	0,16	0,17	0,00	0,04	0,17	0,00	0,04
0,40	0,16	0,17	0,00	0,04	0,17	0,00	0,04
0,50	0,17	0,17	0,00	0,04	0,17	0,00	0,04
0,55	0,18	0,17	0,00	0,03	0,18	0,00	0,03
0,60	0,21	0,17	0,00	0,02	0,21	0,00	0,02
0,65	0,25	0,18	0,00	0,01	0,27	0,00	0,01
0,68	0,29	0,22	0,00	0,00	0,35	0,00	0,00
0,70	0,33	0,33	0,00	0,00	0,43	0,00	0,00
0,72	0,40	0,43	0,00	0,00	0,49	0,00	0,00
0,75	0,50	0,51	0,00	0,02	0,55	0,00	0,02
0,77	0,57	0,54	0,00	0,05	0,58	0,00	0,05
0,80	0,60	0,58	0,00	0,06	0,61	0,00	0,06
0,85	0,63	0,62	0,00	0,07	0,64	0,00	0,07
0,90	0,65	0,64	0,00	0,08	0,66	0,00	0,08
0,95	0,65	0,65	0,00	0,08	0,66	0,00	0,08
1,00	0,63	0,65	0,00	0,08	0,66	0,00	0,08
1,05	0,65	0,65	0,00	0,09	0,66	0,00	0,09
1,10	0,64	0,64	0,00	0,08	0,64	0,00	0,08
1,15	0,61	0,62	0,00	0,07	0,62	0,00	0,07
1,20	0,58	0,58	0,00	0,05	0,56	0,00	0,05
1,23	0,57	0,54	0,00	0,04	0,51	0,00	0,04
1,25	0,53	0,51	0,00	0,03	0,46	0,00	0,03
1,28	0,43	0,43	0,00	0,01	0,35	0,00	0,01
1,30	0,34	0,33	0,00	0,00	0,29	0,00	0,00
1,32	0,32	0,22	0,01	0,00	0,26	0,00	0,00
1,35	0,27	0,18	0,01	0,01	0,22	0,00	0,01
1,40	0,22	0,17	0,00	0,02	0,19	0,00	0,02
1,45	0,18	0,17	0,00	0,03	0,17	0,00	0,03
1,50	0,17	0,17	0,00	0,03	0,17	0,00	0,03
1,60	0,16	0,17	0,00	0,04	0,17	0,00	0,04
1,70	0,16	0,17	0,00	0,04	0,17	0,00	0,04
1,80	0,16	0,17	0,00	0,04	0,17	0,00	0,04
1,85	0,17	0,17	0,00	0,03	0,17	0,00	0,03
1,95	0,18	0,17	0,00	0,03	0,17	0,00	0,03

Tabela 20 - Velocidades médias experimentais (Massa,2011), analíticas SKM,  $hr=0,15$ , fundo liso

y (m)	Dados Experimentais (Massa, 2011) $U_d$ (m/s)	SKM					
		Parâmetros de referência			Modelo Calibrado		
		$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$
0,05	0,21	0,23	0,0003	0,05	0,25	0,0012	0,05
0,15	0,25	0,23	0,0003	0,03	0,25	0,0000	0,03
0,20	0,26	0,23	0,0006	0,03	0,25	0,0001	0,03
0,30	0,26	0,23	0,0009	0,03	0,25	0,0001	0,03
0,40	0,27	0,23	0,0016	0,02	0,25	0,0005	0,02
0,50	0,26	0,23	0,0008	0,03	0,27	0,0000	0,03
0,55	0,29	0,23	0,0028	0,02	0,28	0,0000	0,02
0,60	0,34	0,24	0,0101	0,01	0,31	0,0010	0,01
0,65	0,38	0,26	0,0150	0,00	0,35	0,0013	0,00
0,68	0,40	0,32	0,0068	0,00	0,39	0,0002	0,00
0,70	0,45	0,40	0,0025	0,00	0,42	0,0010	0,00
0,72	0,50	0,48	0,0005	0,01	0,47	0,0008	0,01
0,75	0,55	0,55	0,0000	0,01	0,54	0,0000	0,01
0,77	0,59	0,58	0,0002	0,03	0,57	0,0003	0,03
0,80	0,63	0,61	0,0005	0,04	0,61	0,0005	0,04
0,85	0,65	0,64	0,0000	0,05	0,64	0,0000	0,05
0,90	0,66	0,66	0,0000	0,05	0,66	0,0001	0,05
0,95	0,67	0,67	0,0000	0,06	0,67	0,0000	0,06
1,00	0,66	0,67	0,0000	0,06	0,68	0,0001	0,06
1,05	0,66	0,67	0,0001	0,05	0,67	0,0002	0,05
1,10	0,65	0,66	0,0000	0,05	0,66	0,0001	0,05
1,15	0,64	0,64	0,0000	0,05	0,64	0,0000	0,05
1,20	0,63	0,61	0,0007	0,04	0,61	0,0007	0,04
1,23	0,58	0,58	0,0000	0,02	0,57	0,0000	0,02
1,25	0,59	0,55	0,0019	0,03	0,54	0,0024	0,03
1,28	0,48	0,48	0,0000	0,00	0,47	0,0001	0,00
1,30	0,44	0,40	0,0017	0,00	0,42	0,0006	0,00
1,32	0,41	0,32	0,0077	0,00	0,39	0,0004	0,00
1,35	0,36	0,26	0,0105	0,00	0,35	0,0003	0,00
1,40	0,32	0,24	0,0071	0,01	0,31	0,0002	0,01
1,45	0,29	0,23	0,0028	0,02	0,28	0,0000	0,02
1,50	0,27	0,23	0,0011	0,03	0,27	0,0000	0,03
1,60	0,27	0,23	0,0012	0,03	0,25	0,0003	0,03
1,70	0,26	0,23	0,0005	0,03	0,25	0,0000	0,03
1,80	0,26	0,23	0,0005	0,03	0,25	0,0000	0,03
1,85	0,24	0,23	0,0001	0,03	0,25	0,0001	0,03
1,95	0,23	0,23	0,0000	0,04	0,25	0,0004	0,04

Tabela 21 - Velocidades médias experimentais (Pinto, 2010) e analíticas SKM,  $hr=0,2$ , fundo liso

$y$ (m)	Dados Experimentais (Pinto, 2010)	SKM					
		Parâmetros referência			Modelo Calibrado		
		$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - \bar{U}_d^{exp})^2$	$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - \bar{U}_d^{exp})^2$
0,02	0,25	0,24	0,0001	0,04	0,24	0,0001	0,04
0,10	0,31	0,30	0,0001	0,02	0,30	0,0001	0,02
0,20	0,30	0,30	0,0000	0,02	0,30	0,0000	0,02
0,35	0,30	0,30	0,0000	0,02	0,30	0,0000	0,02
0,45	0,30	0,30	0,0000	0,02	0,31	0,0001	0,02
0,55	0,34	0,31	0,0010	0,01	0,34	0,0000	0,01
0,60	0,37	0,32	0,0032	0,01	0,36	0,0001	0,01
0,65	0,41	0,35	0,0031	0,00	0,40	0,0000	0,00
0,68	0,43	0,41	0,0006	0,00	0,44	0,0000	0,00
0,70	0,46	0,47	0,0001	0,00	0,47	0,0000	0,00
0,72	0,52	0,53	0,0002	0,00	0,51	0,0000	0,00
0,80	0,61	0,64	0,0008	0,03	0,63	0,0003	0,03
0,85	0,65	0,67	0,0004	0,04	0,66	0,0002	0,04
0,90	0,68	0,69	0,0001	0,05	0,68	0,0000	0,05
0,95	0,70	0,69	0,0000	0,06	0,69	0,0001	0,06
1,00	0,70	0,70	0,0000	0,06	0,69	0,0000	0,06
1,05	0,68	0,69	0,0002	0,05	0,69	0,0002	0,05
1,10	0,65	0,69	0,0010	0,04	0,68	0,0007	0,04
1,15	0,64	0,67	0,0006	0,04	0,66	0,0003	0,04
1,20	0,62	0,64	0,0005	0,03	0,63	0,0002	0,03
1,28	0,50	0,53	0,0010	0,00	0,51	0,0002	0,00
1,30	0,49	0,47	0,0003	0,00	0,47	0,0003	0,00
1,32	0,44	0,41	0,0009	0,00	0,44	0,0000	0,00
1,35	0,40	0,35	0,0024	0,00	0,40	0,0000	0,00
1,40	0,38	0,32	0,0039	0,01	0,36	0,0003	0,01
1,45	0,34	0,31	0,0014	0,01	0,34	0,0000	0,01
1,55	0,31	0,30	0,0001	0,02	0,31	0,0000	0,02
1,65	0,31	0,30	0,0000	0,02	0,30	0,0000	0,02
1,70	0,30	0,30	0,0000	0,02	0,30	0,0000	0,02
1,80	0,29	0,30	0,0001	0,02	0,30	0,0001	0,02
1,90	0,28	0,30	0,0004	0,03	0,30	0,0004	0,03

Tabela 22 - Velocidades médias experimentais analíticas SKM,  $hr=0,25$ , fundo liso

y (m)	Dados Experimentais  $U_d$ (m/s)	SKM					
		Parâmetros de referência			Modelo Calibrado		
		$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - \overline{U_d^{exp}})^2$	$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - \overline{U_d^{exp}})^2$
0,05	0,36	0,33	0,0013	0,02	0,35	0,0003	0,02
0,15	0,37	0,35	0,0002	0,02	0,37	0,0000	0,02
0,20	0,37	0,35	0,0005	0,02	0,37	0,0000	0,02
0,30	0,37	0,35	0,0003	0,02	0,37	0,0000	0,02
0,40	0,38	0,35	0,0006	0,02	0,37	0,0000	0,02
0,50	0,36	0,35	0,0000	0,02	0,36	0,0000	0,02
0,55	0,37	0,36	0,0001	0,02	0,37	0,0000	0,02
0,60	0,37	0,37	0,0000	0,02	0,39	0,0003	0,02
0,65	0,41	0,41	0,0000	0,01	0,43	0,0004	0,01
0,68	0,44	0,46	0,0003	0,00	0,46	0,0004	0,00
0,70	0,47	0,51	0,0016	0,00	0,50	0,0006	0,00
0,72	0,55	0,56	0,0000	0,00	0,54	0,0002	0,00
0,75	0,64	0,61	0,0006	0,02	0,60	0,0016	0,02
0,77	0,67	0,63	0,0013	0,03	0,62	0,0021	0,03
0,80	0,68	0,66	0,0002	0,03	0,66	0,0003	0,03
0,85	0,69	0,69	0,0000	0,04	0,69	0,0000	0,04
0,90	0,69	0,70	0,0002	0,04	0,71	0,0004	0,04
0,95	0,71	0,71	0,0000	0,04	0,72	0,0002	0,04
1,00	0,71	0,72	0,0000	0,04	0,73	0,0002	0,04
1,05	0,72	0,71	0,0001	0,05	0,72	0,0000	0,05
1,10	0,71	0,70	0,0001	0,05	0,71	0,0000	0,05
1,15	0,70	0,69	0,0001	0,04	0,69	0,0000	0,04
1,20	0,65	0,66	0,0001	0,02	0,66	0,0000	0,02
1,23	0,63	0,63	0,0000	0,02	0,62	0,0000	0,02
1,25	0,60	0,61	0,0002	0,01	0,60	0,0000	0,01
1,28	0,56	0,56	0,0000	0,00	0,54	0,0002	0,00
1,30	0,49	0,51	0,0003	0,00	0,50	0,0000	0,00
1,32	0,45	0,46	0,0002	0,00	0,46	0,0002	0,00
1,35	0,42	0,41	0,0002	0,01	0,43	0,0000	0,01
1,40	0,39	0,37	0,0004	0,01	0,39	0,0000	0,01
1,45	0,37	0,36	0,0003	0,02	0,37	0,0000	0,02
1,50	0,38	0,35	0,0007	0,02	0,36	0,0002	0,02
1,60	0,37	0,35	0,0004	0,02	0,37	0,0000	0,02
1,70	0,38	0,35	0,0009	0,01	0,37	0,0001	0,01
1,80	0,38	0,35	0,0012	0,01	0,37	0,0002	0,01
1,85	0,38	0,35	0,0009	0,02	0,37	0,0001	0,02
1,95	0,36	0,33	0,0011	0,02	0,35	0,0002	0,02

Tabela 23 - Velocidades médias experimentais (Teixeira, 2011) e analíticas SKM,  $hr=0,3$ , fundo liso

y (m)	Dados Experimentais (Teixeira, 2011) $U_d$ (m/s)	SKM					
		Parâmetros de referência			Modelo Calibrado		
		$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - \bar{U}_d^{exp})^2$	$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - \bar{U}_d^{exp})^2$
0,05	0,40	0,38	0,0004	0,03	0,39	0,0001	0,03
0,15	0,44	0,43	0,0002	0,01	0,44	0,0000	0,01
0,20	0,44	0,43	0,0002	0,01	0,44	0,0000	0,01
0,30	0,45	0,43	0,0005	0,01	0,44	0,0001	0,01
0,35	0,45	0,43	0,0002	0,01	0,44	0,0000	0,01
0,45	0,44	0,43	0,0001	0,01	0,45	0,0000	0,01
0,55	0,46	0,45	0,0002	0,01	0,46	0,0000	0,01
0,60	0,47	0,47	0,0000	0,01	0,48	0,0000	0,01
0,65	0,50	0,51	0,0000	0,00	0,51	0,0001	0,00
0,68	0,51	0,54	0,0009	0,00	0,54	0,0005	0,00
0,70	0,53	0,58	0,0021	0,00	0,57	0,0010	0,00
0,72	0,58	0,62	0,0011	0,00	0,60	0,0003	0,00
0,75	0,65	0,66	0,0000	0,01	0,65	0,0001	0,01
0,77	0,68	0,68	0,0000	0,01	0,67	0,0001	0,01
0,80	0,72	0,70	0,0005	0,03	0,70	0,0006	0,03
0,85	0,75	0,73	0,0005	0,04	0,73	0,0004	0,04
0,90	0,73	0,74	0,0000	0,03	0,75	0,0001	0,03
0,95	0,74	0,75	0,0000	0,03	0,76	0,0001	0,03
1,00	0,74	0,75	0,0001	0,03	0,76	0,0002	0,03
1,05	0,75	0,75	0,0000	0,04	0,76	0,0000	0,04
1,10	0,75	0,74	0,0000	0,03	0,75	0,0000	0,03
1,15	0,74	0,73	0,0004	0,03	0,73	0,0003	0,03
1,20	0,70	0,70	0,0000	0,02	0,70	0,0000	0,02
1,23	0,69	0,68	0,0002	0,02	0,67	0,0006	0,02
1,25	0,65	0,66	0,0001	0,01	0,65	0,0000	0,01
1,28	0,61	0,62	0,0000	0,00	0,60	0,0001	0,00
1,30	0,57	0,58	0,0001	0,00	0,57	0,0000	0,00
1,32	0,54	0,54	0,0000	0,00	0,54	0,0000	0,00
1,35	0,52	0,51	0,0001	0,00	0,51	0,0001	0,00
1,40	0,48	0,47	0,0002	0,01	0,48	0,0000	0,01
1,45	0,45	0,45	0,0000	0,01	0,46	0,0001	0,01
1,55	0,45	0,43	0,0004	0,01	0,45	0,0000	0,01
1,65	0,43	0,43	0,0000	0,02	0,44	0,0002	0,02
1,70	0,43	0,43	0,0000	0,02	0,44	0,0001	0,02
1,80	0,44	0,43	0,0000	0,02	0,44	0,0000	0,02
1,85	0,43	0,43	0,0000	0,02	0,44	0,0000	0,02
1,95	0,40	0,38	0,0005	0,03	0,39	0,0001	0,03

Tabela 24 - Velocidades médias experimentais e analíticas SKM,  $hr=0,38$ , fundo liso

y (m)	Dados Experimentais $U_d$ (m/s)	SKM					
		Parâmetros de referência			Modelo calibrado		
		$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - \bar{U}_d^{exp})^2$	$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - \bar{U}_d^{exp})^2$
0,05	0,41	0,44	0,0007	0,03	0,36	0,0024	0,03
0,15	0,45	0,54	0,0078	0,02	0,45	0,0000	0,02
0,20	0,45	0,55	0,0086	0,02	0,45	0,0000	0,02
0,30	0,46	0,55	0,0073	0,02	0,46	0,0001	0,02
0,35	0,46	0,55	0,0085	0,02	0,46	0,0000	0,02
0,45	0,46	0,55	0,0091	0,02	0,46	0,0000	0,02
0,55	0,48	0,56	0,0066	0,01	0,46	0,0002	0,01
0,60	0,49	0,57	0,0076	0,01	0,48	0,0001	0,01
0,65	0,51	0,61	0,0103	0,01	0,52	0,0000	0,01
0,68	0,52	0,66	0,0177	0,00	0,56	0,0012	0,00
0,70	0,54	0,70	0,0263	0,00	0,60	0,0037	0,00
0,72	0,65	0,75	0,0112	0,00	0,65	0,0000	0,00
0,75	0,70	0,80	0,0097	0,01	0,70	0,0000	0,01
0,77	0,73	0,83	0,0087	0,02	0,73	0,0000	0,02
0,80	0,79	0,86	0,0037	0,04	0,77	0,0007	0,04
0,85	0,83	0,89	0,0031	0,06	0,81	0,0007	0,06
0,90	0,84	0,91	0,0058	0,06	0,83	0,0000	0,06
0,95	0,84	0,92	0,0072	0,06	0,85	0,0001	0,06
1,00	0,83	0,93	0,0090	0,06	0,85	0,0004	0,06
1,05	0,85	0,92	0,0057	0,07	0,85	0,0000	0,07
1,10	0,84	0,91	0,0045	0,07	0,83	0,0001	0,07
1,15	0,84	0,89	0,0027	0,06	0,81	0,0009	0,06
1,20	0,80	0,86	0,0031	0,04	0,77	0,0010	0,04
1,23	0,77	0,83	0,0033	0,03	0,73	0,0013	0,03
1,25	0,72	0,80	0,0066	0,02	0,70	0,0002	0,02
1,28	0,69	0,75	0,0036	0,01	0,65	0,0017	0,01
1,30	0,55	0,70	0,0229	0,00	0,60	0,0025	0,00
1,32	0,54	0,66	0,0145	0,00	0,56	0,0005	0,00
1,35	0,51	0,61	0,0094	0,01	0,52	0,0000	0,01
1,40	0,48	0,57	0,0087	0,01	0,48	0,0000	0,01
1,45	0,45	0,56	0,0111	0,02	0,46	0,0001	0,02
1,55	0,46	0,55	0,0094	0,02	0,46	0,0000	0,02
1,65	0,44	0,55	0,0120	0,02	0,46	0,0002	0,02
1,70	0,44	0,55	0,0113	0,02	0,46	0,0002	0,02
1,80	0,45	0,55	0,0098	0,02	0,45	0,0000	0,02
1,85	0,45	0,54	0,0083	0,02	0,45	0,0000	0,02
1,95	0,40	0,44	0,1915	0,34	0,36	0,1318	0,34

Tabela 25 - Velocidades médias experimentais (Massa, 2011) e analíticas SKM,  $hr=0,15$ , LC com fundo rugoso

y (m)	Dados Experimentais (Massa, 2011) $U_d$ (m/s)	SKM					
		Parâmetros referência			Modelo Calibrado		
		$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - \bar{U}_d^{exp})^2$	$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - \bar{U}_d^{exp})^2$
0,05	0,13	0,14	0,0002	0,03	0,13	0,0000	0,03
0,15	0,13	0,14	0,0000	0,04	0,17	0,0000	0,04
0,20	0,12	0,14	0,0000	0,04	0,17	0,0000	0,04
0,30	0,12	0,14	0,0001	0,04	0,17	0,0000	0,04
0,40	0,12	0,14	0,0001	0,04	0,17	0,0001	0,04
0,50	0,12	0,14	0,0000	0,04	0,17	0,0002	0,04
0,55	0,12	0,14	0,0001	0,03	0,17	0,0001	0,03
0,60	0,14	0,14	0,0014	0,02	0,17	0,0000	0,02
0,65	0,18	0,16	0,0047	0,01	0,20	0,0000	0,01
0,68	0,23	0,21	0,0039	0,00	0,32	0,0001	0,00
0,70	0,27	0,30	0,0000	0,00	0,43	0,0004	0,00
0,72	0,37	0,39	0,0009	0,00	0,49	0,0006	0,00
0,75	0,51	0,47	0,0001	0,02	0,55	0,0000	0,02
0,77	0,54	0,51	0,0007	0,05	0,58	0,0007	0,05
0,80	0,56	0,56	0,0004	0,06	0,61	0,0003	0,06
0,85	0,58	0,61	0,0001	0,07	0,64	0,0000	0,07
0,90	0,59	0,64	0,0001	0,08	0,66	0,0000	0,08
0,95	0,62	0,66	0,0000	0,08	0,66	0,0000	0,08
1,00	0,62	0,66	0,0002	0,08	0,66	0,0006	0,08
1,05	0,62	0,66	0,0000	0,09	0,66	0,0000	0,09
1,10	0,59	0,64	0,0001	0,08	0,64	0,0000	0,08
1,15	0,56	0,61	0,0000	0,07	0,62	0,0001	0,07
1,20	0,54	0,56	0,0000	0,05	0,56	0,0000	0,05
1,23	0,52	0,51	0,0006	0,04	0,51	0,0006	0,04
1,25	0,46	0,47	0,0002	0,03	0,46	0,0003	0,03
1,28	0,33	0,39	0,0000	0,01	0,32	0,0000	0,01
1,30	0,26	0,30	0,0001	0,00	0,22	0,0000	0,00
1,32	0,23	0,21	0,0100	0,00	0,18	0,0009	0,00
1,35	0,20	0,16	0,0083	0,01	0,17	0,0007	0,01
1,40	0,17	0,14	0,0028	0,02	0,17	0,0005	0,02
1,45	0,14	0,14	0,0002	0,03	0,17	0,0000	0,03
1,50	0,14	0,14	0,0000	0,03	0,17	0,0001	0,03
1,60	0,13	0,14	0,0000	0,04	0,17	0,0001	0,04
1,70	0,13	0,14	0,0000	0,04	0,17	0,0000	0,04
1,80	0,13	0,14	0,0001	0,04	0,17	0,0000	0,04
1,85	0,13	0,14	0,0000	0,03	0,17	0,0000	0,03
1,95	0,13	0,14	0,0001	0,03	0,17	0,0002	0,03

Tabela 26 - Velocidades médias experimentais (Massa, 2011) e analíticas SKM,  $hr=0,3$ , LC com fundo rugoso

y (m)	Dados Experimentais (Massa, 2011) $U_d$ (m/s)	SKM					
		Parâmetros referência			Modelo Calibrado		
		$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - \bar{U}_d^{exp})^2$	$U_d$ (m/s)	$(U_d^{exp} - U_d^{SKM})^2$	$(U_d^{exp} - \bar{U}_d^{exp})^2$
0,05	0,24	0,25	0,0000	0,02	0,24	0,2339	0,02
0,15	0,26	0,14	0,0000	0,04	0,17	0,0000	0,04
0,20	0,26	0,14	0,0000	0,04	0,17	0,0000	0,04
0,30	0,26	0,14	0,0001	0,04	0,17	0,0000	0,04
0,40	0,26	0,14	0,0001	0,04	0,17	0,0001	0,04
0,50	0,26	0,14	0,0000	0,04	0,17	0,0002	0,04
0,55	0,27	0,14	0,0001	0,03	0,17	0,0001	0,03
0,60	0,29	0,14	0,0014	0,02	0,17	0,0000	0,02
0,65	0,32	0,16	0,0047	0,01	0,20	0,0000	0,01
0,68	0,35	0,21	0,0039	0,00	0,32	0,0001	0,00
0,70	0,36	0,30	0,0000	0,00	0,43	0,0004	0,00
0,72	0,41	0,39	0,0009	0,00	0,49	0,0006	0,00
0,75	0,47	0,47	0,0001	0,02	0,55	0,0000	0,02
0,77	0,51	0,51	0,0007	0,05	0,58	0,0007	0,05
0,80	0,54	0,56	0,0004	0,06	0,61	0,0003	0,06
0,85	0,57	0,61	0,0001	0,07	0,64	0,0000	0,07
0,90	0,58	0,64	0,0001	0,08	0,66	0,0000	0,08
0,95	0,59	0,66	0,0000	0,08	0,66	0,0000	0,08
1,00	0,60	0,66	0,0002	0,08	0,66	0,0006	0,08
1,05	0,60	0,66	0,0000	0,09	0,66	0,0000	0,09
1,10	0,58	0,64	0,0001	0,08	0,64	0,0000	0,08
1,15	0,56	0,61	0,0000	0,07	0,62	0,0001	0,07
1,20	0,51	0,56	0,0000	0,05	0,56	0,0000	0,05
1,23	0,47	0,51	0,0006	0,04	0,51	0,0006	0,04
1,25	0,43	0,47	0,0002	0,03	0,46	0,0003	0,03
1,28	0,34	0,39	0,0000	0,01	0,32	0,0000	0,01
1,30	0,33	0,30	0,0001	0,00	0,22	0,0000	0,00
1,32	0,31	0,21	0,0100	0,00	0,18	0,0009	0,00
1,35	0,29	0,16	0,0083	0,01	0,17	0,0007	0,01
1,40	0,27	0,14	0,0028	0,02	0,17	0,0005	0,02
1,45	0,26	0,14	0,0002	0,03	0,17	0,0000	0,03
1,50	0,26	0,14	0,0000	0,03	0,17	0,0001	0,03
1,60	0,25	0,14	0,0000	0,04	0,17	0,0001	0,04
1,70	0,25	0,14	0,0000	0,04	0,17	0,0000	0,04
1,80	0,25	0,14	0,0001	0,04	0,17	0,0000	0,04
1,85	0,25	0,14	0,0000	0,03	0,17	0,0000	0,03
1,95	0,26	0,14	0,0001	0,03	0,17	0,0002	0,03



